ریاضیات

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: برای هر تابع f جواب‌های معادلهٔ $f(x)=0$ را (در صورت وجود) صفرهای تابع f می‌نامیم. به‌عبارت دیگر صفرهای تابع f آن مقادیری از x (در دامنهٔ f) هستند که به‌ازای آن‌ها $f(x)$ صفر می‌شود. اگر نمودار $f(x)$ را رسم کنیم، صفرهای f طول نقاط تلاقی نمودار با محور xهاست.

از آنجایی که محل برخورد نمودار f (صفرهای تابع f) با محور xها مقادیر $-\frac{1}{2}$ و α و ۲ است، داریم:

$$\alpha+(-\frac{1}{2})+2=2\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{3}{2}$$

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در هر معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$، اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب آن‌ها P باشد، داریم:

$$S=-\frac{b}{a} \quad , \quad P=\frac{c}{a}$$

با توجه به فرض مسئله، ریشه‌های معادله α و $\frac{1}{\alpha}$ است.

پس:

$$\text{ضرب ریشه‌ها}=\alpha\cdot\frac{1}{\alpha}=1 \Rightarrow \frac{c}{a}=1$$

بنابراین جواب تست یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ است و از آنجایی که شرط وجود ریشه $\Delta>0$ است، پس گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در سهمی به معادلهٔ $y=ax^2+bx+c$، اگر $a>0$ باشد، آنگاه دهانهٔ سهمی روبه‌بالا بوده و اگر $a<0$ باشد، دهانهٔ سهمی روبه‌پایین می‌باشد.

نکته: طول رأس سهمی به معادلهٔ $y=ax^2+bx+c$، از رابطهٔ $x_S=-\frac{b}{2a}$ به‌دست می‌آید.

با توجه به اینکه دهانهٔ سهمی روبه‌پایین است، پس $a<0$. همچنین طول رأس سهمی مثبت است، پس:

$$-\frac{b}{2a}>0 \xrightarrow{a<0} b>0$$

از آنجایی که محل برخورد سهمی با محور عرض‌ها، منفی است، پس:

$$f(0)<0 \Rightarrow c<0$$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در هر معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب آن‌ها P باشد، داریم:

$$S=-\frac{b}{a} \quad , \quad P=\frac{c}{a}$$

با توجه به اینکه α و 2α ریشه‌های تابع f هستند، داریم:

$$\begin{cases}\alpha+2\alpha=-\frac{1}{1}\\ \alpha\cdot2\alpha=\frac{\beta}{1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3\alpha=-1\\ 2\alpha^2=\beta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-\frac{1}{3}\\ \beta=2\alpha^2=\frac{2}{9}\end{cases}\Rightarrow \alpha+\beta=-\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=-\frac{1}{9}$$

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس با جای‌گذاری $x=\sqrt{2}-1$ در معادله، مقدار m را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2\sqrt{2}-2+2}=\frac{\sqrt{2}-1-\sqrt{2}}{m} \Rightarrow \frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{-1}{m} \Rightarrow m=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$$

موسسه آموزشی فرهنگی

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

نکته: برخی از معادلات که دارای عبارت‌های رادیکالی از مجهول هستند را معادلات گنگ می‌نامند. برای حل آن‌ها با به توان رساندن طرفین معادله (در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن، به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم. جواب‌های به‌دست‌آمده باید در معادلهٔ اصلی آزمایش شود، زیرا عملیات توان‌رسانی، ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.

نکته: معادلهٔ درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌های آن P باشد، به‌صورت $x^2 - Sx + P = 0$ می‌باشد.

ابتدا با جابه‌جایی مناسب در معادله و به توان ۲ رساندن طرفین، معادله‌ای غیرگنگ برحسب x به‌دست آورده و x را محاسبه می‌کنیم.

$$\sqrt{2x+1} = 7 - x \Rightarrow 2x+1 = 49 + x^2 - 14x \Rightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \Rightarrow (x-12)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ غ‌ق‌ق} \left(\begin{array}{c}\text{در معادلهٔ اولیه}\\ \text{صدق نمی‌کند.}\end{array}\right) \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha = 4 \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 1 = 3 \\ \alpha + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 8 \\ P = 15 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$$

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: $|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$

ابتدا با توجه به مفهوم قدرمطلق و به‌کمک بازه‌بندی، نامعادله را به‌حالت غیرقدرمطلقی تبدیل می‌کنیم:

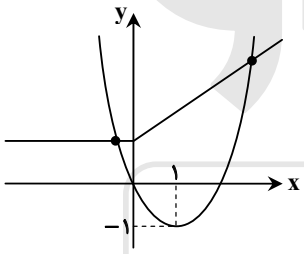
$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 1 + x < 4 \Rightarrow 3x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < \frac{5}{3} \\ x < \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2x + x < 4 \Rightarrow x > -3 \Rightarrow -3 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

پس جواب نامعادله، اجتماع دو جواب بالا، یعنی $(-3, \frac{5}{3})$ است که در این بازه، ۴ عدد صحیح قرار دارد. (اعداد $-2, -1, 0, 1$)

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ کافی است، نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم و در جاهایی که نمودار $f(x)$ زیرمحور xهاست، قرینهٔ آن را نسبت به محور xها رسم کنیم.

با رسم نمودار سهمی $y_1 = x^2 - 2x$ و $y_2 = |f(x)|$ و تقاطع آن‌ها در یک صفحهٔ مختصات، تعداد نقاط برخوردشان را مشخص می‌نماییم:



$y_1 = x^2 - 2x \Rightarrow S(1, -1)$ (رأس سهمی)

منحنی‌های y_1 و y_2 دو نقطهٔ برخورد دارند که طول آن‌ها همان جواب معادله است، پس معادله دو جواب دارد.

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر α و β ریشه‌های یک معادلهٔ درجهٔ دوم باشند، آنگاه معادلهٔ آن را می‌توان به‌صورت روبه‌رو نوشت: $y = a(x-\alpha)(x-\beta)$

با توجه به اینکه ۳ و ۱- ریشه‌های سهمی هستند، داریم: $f(x) = a(x-3)(x-(-1)) \Rightarrow f(x) = a(x-3)(x+1)$

سهمی از نقطهٔ $(0, 2)$ می‌گذرد:

$$2 = a(-3)(1) \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$f(x) = -\frac{2}{3}(x^2 - 2x - 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \Rightarrow a + b + c = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در هر معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2 + bx + c = 0$، اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب آن‌ها P باشد، داریم: $S = \frac{-b}{a}$, $P = \frac{c}{a}$

نکته: برخی از معادلات را می‌توان با یک تغییر متغیّر مناسب، به یکی از انواع معادلاتی که می‌شناسیم تبدیل کرد و پس از حل آن و با رجوع به تغییر متغیّر، مقادیر مجهول اصلی معادلهٔ اولیه را یافت.

ابتدا با تغییر متغیّر $x^2 + x = t$، معادله‌ای درجه دو می‌سازیم:

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-1)(t+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x^2 + x = 1 \\ t = -3 \Rightarrow x^2 + x = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = \alpha + \beta = -1 \\ x^2 + x + 3 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشهٔ حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های حقیقی این معادله برابر ۱- است.

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در هر معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$، اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب آن‌ها P باشد، داریم: $S=\frac{-b}{a}\quad,\quad P=\frac{c}{a}$

نکته: برخی از معادلات را می‌توان با یک تغییر متغیّر مناسب، به یکی از انواع معادلاتی که می‌شناسیم تبدیل کرد و پس از حل آن و با رجوع به تغییر متغیّر، مقادیر مجهول اصلی معادلهٔ اولیه را یافت.

ابتدا معادله را با تغییر متغیّر $x^۲=t$ به معادلهٔ درجه دو تبدیل می‌کنیم و داریم: $t(t-۱)=k$. در نتیجه معادلهٔ $t^۲-t-k=۰$ به‌دست می‌آید. اگر بخواهیم معادلهٔ اصلی دارای چهار جواب باشد، باید معادلهٔ درجه‌دوم به‌دست‌آمده دارای دو جواب مثبت باشد، زیرا به‌ازای هر t مثبت دو جواب قرینه برای x به‌دست می‌آید.

$(x^۲=t \Rightarrow x=\pm\sqrt{t})$

پس شرایط زیر برای معادلهٔ درجه دوم باید برقرار باشد:

$$\begin{cases}\Delta>۰\\P>۰\\S>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۱+۴k>۰\\-k>۰\\۱>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k>-\frac{۱}{۴}\\k<۰\end{cases}\xrightarrow{\cap}-\frac{۱}{۴}<k<۰$$

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر S_n مجموع n جملهٔ اوّل یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت q باشد، داریم:

$$S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$$

با توجه به مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی داریم:

$$\begin{cases}S_{۱۰}=\frac{a_۱(۱-q^{۱۰})}{۱-q}=۲\\S_{۳۰}=\frac{a_۱(۱-q^{۳۰})}{۱-q}=۱۴\end{cases}\xrightarrow{\text{طرفین تساوی را تقسیم می‌کنیم}}\frac{S_{۳۰}}{S_{۱۰}}=\frac{۱۴}{۲}=۷=\frac{۱-q^{۳۰}}{۱-q^{۱۰}}\Rightarrow\frac{(۱-q^{۱۰})(۱+q^{۱۰}+q^{۲۰})}{۱-q^{۱۰}}=۷$$

$$\Rightarrow q^{۲۰}+q^{۱۰}-۶=۰\Rightarrow(q^{۱۰})^۲+q^{۱۰}-۶=۰\xrightarrow{\text{معادلهٔ درجه‌دوم}}(q^{۱۰}+۳)(q^{۱۰}-۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}q^{۱۰}=-۳\ \text{غ‌ق‌ق}\\q^{۱۰}=۲\end{cases}$$

از طرفی:

$$S_{۱۰}=۲=\frac{a_۱(۱-(+۲))}{۱-q}\Rightarrow\frac{a_۱}{۱-q}=-۲\Rightarrow S_{۴۰}=\frac{a_۱(۱-q^{۴۰})}{۱-q}=\frac{a_۱}{۱-q}\times(۱-(q^{۱۰})^۴)\Rightarrow S_{۴۰}=-۲\times(۱-۱۶)=۳۰$$

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر S_n مجموع n جملهٔ اوّل یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت q باشد، داریم:

$$S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$$

برای حل این تست فقط کافی است اطلاعات مسئله را در رابطهٔ نکته جای‌گذاری کنیم و x را به‌دست آوریم.

$$S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}=\frac{۳x(۱-x^n)}{۱-x}\Rightarrow\frac{۳x(۱-x^n)}{۱-x}=x^{n+۱}-x=x(x^n-۱)\Rightarrow\frac{۳}{۱-x}=(-۱)\Rightarrow۳=x-۱\Rightarrow x=۴$$

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر S_n مجموع n جملهٔ اوّل یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d باشد، داریم:

$$S_n=\frac{n}{۲}(a_۱+a_n)=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$$

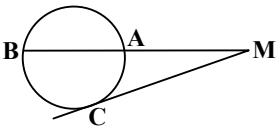
اگر تعداد کل جملات ۱۰ باشد، تعداد جملات با شمارهٔ فرد و همین‌طور تعداد جملات با شمارهٔ زوج، ۵ تاست.

همچنین اگر قدرنسبت دنبالهٔ اصلی d باشد، جملات فرد دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت $۲d$ تشکیل می‌دهند و جملات زوج نیز دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت $۲d$ تشکیل می‌دهند، پس داریم:

$$\begin{cases}a_۱+a_۳+a_۵+a_۷+a_۹=۹۵\\a_۲+a_۴+a_۶+a_۸+a_{۱۰}=۱۱۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۵}{۲}(۲a_۱+۴\times۲d)=۹۵\\\frac{۵}{۲}(۲a_۲+۴\times۲d)=۱۱۵\end{cases}\xrightarrow{a_۲=a_۱+d}\begin{cases}\frac{۵}{۲}(۲a_۱+۸d)=۹۵\\\frac{۵}{۲}(۲a_۱+۱۰d)=۱۱۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲a_۱+۸d=۳۸\\۲a_۱+۱۰d=۴۶\end{cases}\xrightarrow{\text{دستگاه}}d=۴\ ,\ a_۱=۳\Rightarrow a_۱+d=۷$$

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)



نکته: در شکل روبه‌رو، داریم:

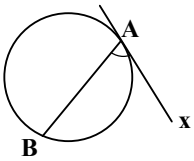
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{AC}}{۲}$$

با توجه به نکته، داریم:

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{AB}}{۲} \Rightarrow ۲۲^\circ = \frac{۸۰^\circ - \overset{\frown}{AB}}{۲} \Rightarrow ۴۴^\circ = ۸۰^\circ - \overset{\frown}{AB} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = ۸۰^\circ - ۴۴^\circ = ۳۶^\circ$$

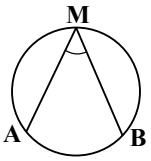
۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکتهٔ ۱: اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن:



$$B\hat{A}x = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

نکتهٔ ۲: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن:



$$A\hat{M}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:

$$C\hat{A}x = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow ۳۵^\circ = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۷۰^\circ$$

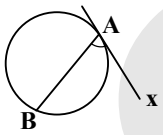
همچنین با توجه به نکتهٔ ۲، داریم:

$$\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} = \frac{۷۰^\circ}{۲} = ۳۵^\circ$$

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

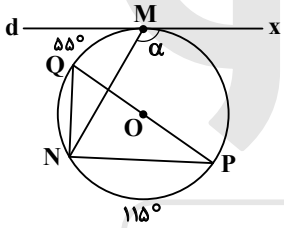
نکتهٔ ۱: مجموع کمان‌های روی یک دایره ۳۶۰° و مجموع کمان‌های روی یک نیم‌دایره ۱۸۰° است.

نکتهٔ ۲: اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن:



$$B\hat{A}x = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:



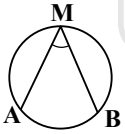
$$\underbrace{\overset{\frown}{MQ}}_{۵۵^\circ} + \underbrace{\overset{\frown}{QN} + \overset{\frown}{NP}}_{۱۸۰^\circ} + \overset{\frown}{PM} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{PM} = ۳۶۰^\circ - ۱۸۰^\circ - ۵۵^\circ = ۱۲۵^\circ \quad (*)$$

اینک با توجه به نکتهٔ ۲، خواهیم داشت:

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{MPN}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{MP} + \overset{\frown}{PN}}{۲} \overset{(*)}{=\!=} \frac{۱۲۵^\circ + ۱۱۵^\circ}{۲} = \frac{۲۴۰^\circ}{۲} = ۱۲۰^\circ$$

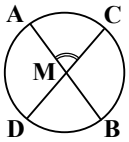
۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکتهٔ ۱: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن:



$$A\hat{M}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

نکتهٔ ۲: زاویهٔ بین دو وتر متقاطع داخل دایره برابر است با نصف مجموع اندازهٔ کمان‌های مقابل به آن زاویه:

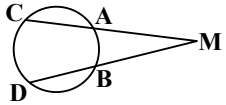


$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{۲}$$

نکتهٔ ۳: اگر امتداد دو وتر در خارج دایره یکدیگر را قطع کنند، داریم:

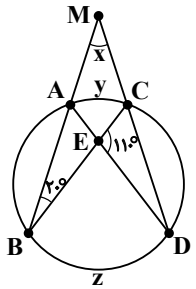
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{CD} - \overset{\frown}{AB}}{۲}$$

با توجه به نکتهٔ ۱ و از آنجایی که زاویهٔ B محاطی است، داریم:



$$\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow ۲۰^\circ = \frac{y}{۲} \Rightarrow y = ۴۰^\circ \quad (*)$$

با توجه به نکتهٔ ۲، داریم:



$$B\hat{E}D = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow ۱۸۰^\circ - ۱۱۰^\circ = \frac{y + z}{۲} \xrightarrow{(*)} ۷۰^\circ = \frac{۴۰^\circ + z}{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۴۰^\circ = ۴۰^\circ + z \Rightarrow z = ۱۰۰^\circ \quad (**)$$

همچنین با توجه به نکتهٔ ۳، داریم:

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow x = \frac{z - y}{۲} \xrightarrow[(**)]{(*)} x = \frac{۱۰۰^\circ - ۴۰^\circ}{۲} = \frac{۶۰^\circ}{۲} = ۳۰^\circ$$

بنابراین داریم:

$$x - y + z = ۳۰^\circ - ۴۰^\circ + ۱۰۰^\circ = ۹۰^\circ$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

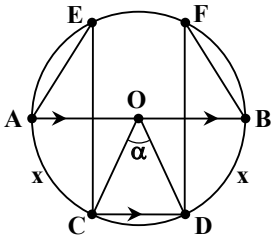
۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکتهٔ ۱: طول کمان متناظر با زاویهٔ مرکزی α در دایرهٔ $C(O, R)$، برابر است با: $\ell = \frac{\pi R}{۱۸۰}\alpha$

نکتهٔ ۲: کمان‌های محصور بین دو وتر موازی در دایره، با هم برابرند.

نکتهٔ ۳: مجموع کمان‌های روی نیم‌دایره برابر ۱۸۰° است.

نکتهٔ ۴: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.



با توجه به نکتهٔ ۱، داریم: $\frac{۵\pi}{۲} = \frac{\pi(۹)}{۱۸۰^\circ}\alpha \Rightarrow \alpha = ۵۰^\circ$

با توجه به نکتهٔ ۲، داریم: $AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD} = x$

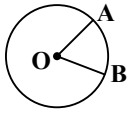
با توجه به نکتهٔ ۳، داریم: $\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DB} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲x + ۵۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۶۵^\circ$

اینک با توجه به اینکه زوایای E و F محاطی هستند، با توجه به نکتهٔ ۴، داریم: $\hat{E} = \hat{F} = \frac{x}{۲} = \frac{۶۵^\circ}{۲} = ۳۲/۵^\circ$

و در نهایت، خواهیم داشت: $\frac{\hat{E} + \hat{F}}{\alpha} = \frac{۳۲/۵^\circ + ۳۲/۵^\circ}{۵۰^\circ} = \frac{۶۵^\circ}{۵۰^\circ} = \frac{۱۳۰}{۱۰۰} = ۱/۳$

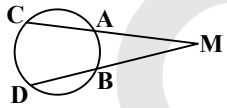
۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکتهٔ ۱: اندازهٔ هر زاویهٔ مرکزی برابر است با اندازهٔ کمان مقابل به آن:



$A\hat{O}B = \overset{\frown}{AB}$

نکتهٔ ۲: اگر امتداد دو وتر در خارج دایره یکدیگر را قطع کنند، داریم:



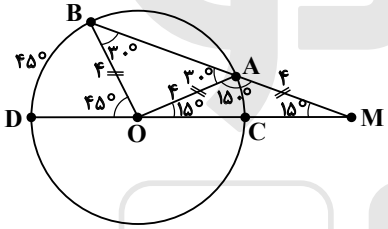
$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{CD} - \overset{\frown}{AB}}{۲}$

مطابق شکل، OA را رسم می‌کنیم. با توجه به اطلاعات مسئله، داریم:

$OB = OA = AM = ۴$

پس مثلث OAB متساوی‌الساقین است و داریم:

$O\hat{A}B = ۳۰^\circ \Rightarrow O\hat{A}M = ۱۵۰^\circ$



همچنین مثلث AOM نیز متساوی‌الساقین است و داریم:

$\hat{M} = \frac{۱۸۰^\circ - ۱۵۰^\circ}{۲} = \frac{۳۰^\circ}{۲} = ۱۵^\circ$

اینک در مثلث OBM، داریم:

$B\hat{O}D = \hat{B} + \hat{M} = ۳۰^\circ + ۱۵^\circ = ۴۵^\circ \xrightarrow{\text{نکتهٔ ۱}} \overset{\frown}{BD} = ۴۵^\circ$ خارجی

و در نهایت با توجه به نکتهٔ ۲، خواهیم داشت:

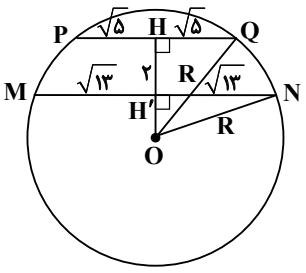
$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow ۱۵^\circ = \frac{۴۵^\circ - \overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۱۵^\circ$

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: قطر عمود بر وتر، وتر و کمان‌هایش را نصف می‌کند.

مطابق شکل، از O به دو وتر عمود رسم می‌کنیم و پای عمودها را H و H' می‌نامیم.

با توجه به نکته، داریم:



$PH = QH = \sqrt{۵}$

$MH' = NH' = \sqrt{۱۳}$

اینک به‌کمک رابطهٔ فیثاغورس، شعاع دایره را از هر دو مثلث OQH و ONH' به‌دست آورده و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$\overset{\Delta}{OQH}: R^۲ = OH^۲ + QH^۲ = (OH' + HH')^۲ + ۵ = (OH' + ۲)^۲ + ۵$ (۱)

$\overset{\Delta}{ONH'}: R^۲ = OH'^۲ + NH'^۲ = OH'^۲ + ۱۳$ (۲)

$(۱) = (۲): (OH' + ۲)^۲ + ۵ = OH'^۲ + ۱۳ \Rightarrow \cancel{OH'^۲} + ۴OH' + ۴ + ۵ = \cancel{OH'^۲} + ۱۳$

$\Rightarrow ۴OH' = ۴ \Rightarrow OH' = ۱ \Rightarrow R^۲ = ۱ + ۱۳ = ۱۴$

بنابراین مساحت دایره، برابر است با:

$S = \pi R^۲ = ۱۴\pi$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکتهٔ ۱: اندازهٔ هر زاویهٔ مرکزی برابر است با اندازهٔ کمان مقابل آن.

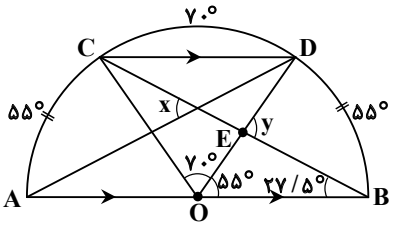
نکتهٔ ۲: کمان‌های محصور بین دو وتر موازی با هم برابرند.

نکتهٔ ۳: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.

نکتهٔ ۴: زاویهٔ بین دو وتر متقاطع در دایره برابر است با نصف مجموع کمان‌های روبه‌روی آن زاویه.

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم: $\overset{\frown}{CD} = ۷۰^\circ$

با توجه به نکتهٔ ۲، داریم:



$$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD} = \frac{۱۸۰^\circ - ۷۰^\circ}{۲} = \frac{۱۱۰^\circ}{۲} = ۵۵^\circ$$

و اینک با توجه به نکات ۱ و ۳، داریم:

$D\hat{O}B = ۵۵^\circ$ مرکزی

$C\hat{B}A = \frac{۵۵^\circ}{۲} = ۲۷/۵^\circ$ محاطی

با توجه به نکته ۴، داریم:

$$x = \frac{۵۵^\circ + ۵۵^\circ}{۲} = ۵۵^\circ$$

و در مثلث OEB، داریم:

$y = ۵۵^\circ + ۲۷/۵^\circ = ۸۲/۵^\circ$ زاویهٔ خارجی

و در نهایت، خواهیم داشت:

$$x + ۲y = ۵۵^\circ + ۲(۸۲/۵^\circ) = ۲۲۰^\circ$$

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

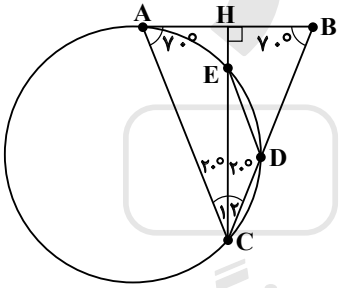
نکتهٔ ۱: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.

نکتهٔ ۲: اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.

یادآوری: در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و نیمساز وارد بر قاعده برهم منطبقند.

مثلث CAB متساوی‌الساقین است، پس: $C\hat{A}B = ۷۰^\circ$

در این مثلث CH ارتفاع و نیمساز است، پس:



$$\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ = \frac{۱۸۰^\circ - ۱۴۰^\circ}{۲} = ۲۰^\circ$$

پس با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:

$$\hat{C}_۱ = ۲۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AE} = ۴۰^\circ$$
$$\hat{C}_۲ = ۲۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{ED} = ۴۰^\circ \quad (*)$$

زاویهٔ $C\hat{A}B$ یک زاویهٔ ظلی است، پس با توجه به نکتهٔ ۲، داریم:

$$\overset{\frown}{AE} + \overset{\frown}{ED} + \overset{\frown}{DC} = ۱۴۰^\circ \xrightarrow{(*)} ۸۰^\circ + \overset{\frown}{DC} = ۱۴۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{DC} = ۶۰^\circ$$

و در نهایت با توجه به نکتهٔ ۱، خواهیم داشت:

$$C\hat{E}D = \frac{\overset{\frown}{CD}}{۲} = \frac{۶۰^\circ}{۲} = ۳۰^\circ$$

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکته: عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ عبارت است از $\sim q \Rightarrow \sim p$ که با خود ترکیب شرطی هم‌ارز است، یعنی:

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv (p \Rightarrow q)$$

با توجه به نکته، گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: کاربرد * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: ترکیب دوشرطی گزاره‌های p و q به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

نکتهٔ ۲: هم‌ارز ترکیب شرطی دو گزارهٔ p و q به‌صورت زیر می‌باشد:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

با توجه به نکات، داریم:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

مؤسسه آموزشی فرهنگیان

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: ترکیب شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

نکتهٔ ۲: اگر در ترکیب شرطی دو گزاره، مقدم نادرست باشد، ارزش کل گزاره به انتفای مقدم، درست است.

نکتهٔ ۳: ترکیب دوشرطی زمانی درست است که هر دو گزاره هم‌ارزش باشند و در غیر این صورت، نادرست است.

نکتهٔ ۴: ترکیب فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند و در مابقی حالات، درست است.

نکتهٔ ۵: ترکیب عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و در مابقی حالات، نادرست است.

اگر $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، با توجه به نکتهٔ ۱، $p \wedge q$ درست و r نادرست است و چون $p \wedge q$ درست است، پس با توجه به نکتهٔ ۵، p و q هر دو درست هستند.

اینک با توجه به نکات، به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (T \Rightarrow T) \Leftrightarrow (F \Rightarrow T) \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$ ✗

۲) $(r \wedge q) \Leftrightarrow (r \wedge p) \equiv (F \wedge T) \Leftrightarrow (F \wedge T) \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$ ✗

۳) $(r \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge p) \equiv (F \vee T) \Leftrightarrow (F \wedge T) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$ ✓

۴) $(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p) \equiv (T \Rightarrow F) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F) \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$ ✗

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: ترکیب شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

نکتهٔ ۲: اگر در ترکیب شرطی دو گزاره، مقدم نادرست باشد، ارزش کل گزاره به انتفای مقدم، درست است.

نکتهٔ ۳: ترکیب دوشرطی زمانی درست است که هر دو گزاره هم‌ارزش باشند و در غیر این صورت، نادرست است.

نکتهٔ ۴: ترکیب فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند و در مابقی حالات، درست است.

نکتهٔ ۵: ترکیب عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و در مابقی حالات، نادرست است.

با توجه به نکات داریم:

$q \wedge r$ نادرست است و چون q درست است، پس r نادرست است.

$p \Leftrightarrow q$ نادرست است و چون q درست است، پس p نادرست است.

اینک به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم تا گزارهٔ نادرست را پیدا کنیم:

۱) $(r \Rightarrow p) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$ ✗

۲) $\sim q \Rightarrow (p \wedge r) \equiv (F \Rightarrow (F \wedge F)) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$ ✗

۳) $(\sim p \Leftrightarrow r) \equiv (T \Leftrightarrow F) \equiv F$ ✓

۴) $\sim r \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv (T \Leftrightarrow (F \vee T)) \equiv (T \Leftrightarrow T) \equiv T$ ✗

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: نقیض سور عمومی، به‌صورت روبه‌رو است؛ $\sim (\forall x; P(x)) \equiv \exists x\ ;\ \sim P(x)$

نکتهٔ ۲: گزاره‌نما با سور وجودی $\exists$ با جملاتی نظیر «وجود دارد»، «بعضی، برخی» و «به‌ازای بعضی، به‌ازای برخی» آغاز می‌شود.

نکتهٔ ۳: نقیض گزارهٔ مرکب فصلی به‌صورت روبه‌رو است؛ $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

با توجه به نکات، داریم: $\sim (\forall a \in \mathbb{R}\ ;\ (a > 0 \vee a < 0) \equiv \exists a \in \mathbb{R}\ ;\ (a \leq 0 \wedge a \geq 0)$

و این یعنی: «عددی حقیقی مانند a وجود دارد که مساوی صفر باشد.»

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است.

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: استدلال * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: گزارهٔ سوری با سور عمومی زمانی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

نکتهٔ ۲: گزارهٔ سوری با سور وجودی زمانی درست است که مجموعه جواب آن، تهی نباشد و حداقل یک جواب داشته باشد.

با توجه به نکات، گزینه‌ای قابل‌قبول است که در آن به‌ازای هر عدد طبیعی x، $\ldots, 3, 2, 1$ حتماً یک عدد صحیح برای y وجود داشته باشد، بدین منظور، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) $y^2 = x^2 - 1$ قابل‌قبول نیست، زیرا به‌ازای $x = 2$ برای y عدد صحیح به‌دست نمی‌آید. ✗

۲) $|y| = -x$ قابل‌قبول نیست؛ زیرا به‌ازای $x = 1$ معادله جواب ندارد. ✗

۳) $\sqrt{y} = x - 1$ قابل‌قبول است؛ زیرا به‌ازای هر عدد طبیعی x، یک مقدار صحیح برای y موجود است. ✓

۴) $y^2 = \frac{3 - x^2}{2}$ قابل‌قبول نیست؛ زیرا به‌ازای $x = 2$ معادله جواب ندارد. ✗

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * درس ۱ فصل ۱ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: نقیض گزاره‌های مرکب شرطی و فصلی به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} \sim (p \Rightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \\ \sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \end{cases}$$

نکتهٔ ۲: نقیض سور وجودی، به‌صورت زیر است:

$$\sim (\exists x\ ;\ P(x)) \equiv \forall x\ ;\ \sim P(x)$$

با توجه به نکات، نقیض گزارهٔ صورتِ سؤال، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\sim [(x+y>2) \Rightarrow \exists x,y \in \mathbb{Z}\ ;\ (xy>1 \vee \frac{x}{y}<1)] \equiv (x+y>2) \wedge (\forall x,y \in \mathbb{Z}; (xy \leq 1 \wedge \frac{x}{y} \geq 1))$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

فیزیک

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با توجه به اینکه کرهٔ A در سری تریبوالکتریک بالاتر از کرهٔ C است، در مالش این دو به هم، بار کرهٔ C منفی می‌شود. تعداد الکترونی که کرهٔ C در این انتقال بار دریافت می‌کند برابر است با:

$$q = -ne \Rightarrow -۳۲۰\times۱۰^{-۶} = -n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۲\times۱۰^{۱۵}$$

با تماس کرهٔ باردار C به کرهٔ خنثی B، چون دو کره هم‌اندازه هستند، بار آن‌ها با هم یکسان خواهد شد، پس نصف تعداد الکترون‌های اضافی C یعنی $۱۰^{۱۵}$ الکترون به کرهٔ B منتقل می‌شود.

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} = k\times\frac{۲\times۸}{۷۵\times۷۵}$$

با توجه به مشابه بودن کره‌ها، بار هر کره پس از تماس برابر با نصف مجموع بارهای اولیهٔ آن‌هاست:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱+q_۲}{۲} = \frac{-۲+۸}{۲} = ۳\mu C \qquad F' = k\frac{|q'_۱||q'_۲|}{r'^۲} = k\frac{۳\times۳}{۲۵\times۲۵} \qquad \frac{F'}{F} = \frac{k\frac{۳\times۳}{۲۵\times۲۵}}{k\frac{۲\times۸}{۷۵\times۷۵}} = \frac{۸۱}{۱۶}$$

تذکر: همان‌طور که دیدید چون در نهایت نسبت نیروها را می‌خواستیم نیازی به تبدیل یکای کمیت‌ها نداشتیم، ولی باید توجه داشت که در هر دو حالت یکای کمیت‌ها یکسان باشد.

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۱)

نکته: اگر x و y هم‌علامت و مجموع $x+y$ ثابت باشد، حاصل‌ضرب $|xy|$ در حالتی بیشینه می‌شود که $x = y$ است.

طبق اصل پایستگی بار، حاصل $q_۱+q_۲$ ثابت بوده و چون نیروی بین آن‌ها در حالت دوم نیز رانشی است، علامت بارها در هر دو حالت یکسان خواهد بود. از طرفی نیروی بین بارها با حاصل‌ضرب اندازهٔ آن‌ها نسبت مستقیم دارد، پس برای آنکه نیرو بیشینه شود بارها هم‌اندازه باشند؛ بنابراین هریک از بارها باید نصف مجموع بارهای اولیه شود:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱+q_۲}{۲} = \frac{q_۱+۴q_۱}{۲} = ۲/۵q_۱$$

درصد تغییر بار $q_۲$ برابر است با:

$$\frac{\Delta q_۲}{q_۲}\times۱۰۰ = \frac{q'_۲-q_۲}{q_۲}\times۱۰۰ = \frac{۲/۵q_۱-۴q_۱}{۴q_۱}\times۱۰۰ = -٪۳۷/۵$$

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۳/۲ = ۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱||q_۲|}{(۰/۳۰)^۲} \Rightarrow |q_۱||q_۲| = ۳۲\times۱۰^{-۱۲}\,C^۲ = ۳۲\mu C^۲$$

چون نیروی بین بارها ربایشی است، دو بار ناهم‌نام‌اند. با انتقال ۲۵ درصد بار $q_۲$ به بار $q_۱$، نیروی بین آن‌ها رانشی شده، پس $q'_۱$ همنام با $q'_۲$ است؛ در نتیجه معلوم می‌شود $\frac{۲۵}{۱۰۰}|q_۲| > |q_۱|$ بوده است.

$$\begin{cases} q'_۲ = q_۲ - \frac{۲۵}{۱۰۰}q_۲ = \frac{۷۵}{۱۰۰}q_۲ = \frac{۳}{۴}q_۲ \\ q'_۱ = q_۱ + \frac{۲۵}{۱۰۰}q_۲ = q_۱ + \frac{۱}{۴}q_۲ \xrightarrow[\frac{۱}{۴}|q_۲|>|q_۱|]{q_۲ \text{ناهمنام} q_۱} |q'_۱| = \frac{۱}{۴}|q_۲| - |q_۱| \end{cases}$$

$$F' = k\frac{|q'_۱||q'_۲|}{(r')^۲} \Rightarrow ۱/۲ = ۹\times۱۰^۹\times\frac{|q'_۱||q'_۲|}{(۰/۳)^۲} \Rightarrow |q'_۱||q'_۲| = ۱۲\mu C^۲$$

با جای‌گذاری مقادیر $|q'_1|$ و $|q'_2|$ برحسب q_1 و q_2 در معادلهٔ بالا داریم:

$$|q'_1||q'_2| = 12 \Rightarrow (\frac{1}{4}|q_2| - |q_1|) \times \frac{3}{4}|q_2| = 12 \Rightarrow \frac{3}{16}|q_2|^2 - \frac{3}{4}|q_1||q_2| = 12 \xrightarrow{|q_1||q_2|=32} \frac{3}{16}|q_2|^2 - \frac{3}{4} \times 32 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{3}{16}|q_2|^2 = 36 \Rightarrow |q_2|^2 = 16 \times 12 \Rightarrow |q_2| = 8\sqrt{3}\mu C$$

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

میدان الکتریکی حاصل از جسم باردار در نقطهٔ M به بار آزمونی که در نقطهٔ M قرار می‌گیرد بستگی ندارد. (بار آزمون به‌قدری کوچک است که توزیع بار در جسم اصلی را تغییر نمی‌دهد.) بنابراین میدان الکتریکی همان $\vec{E}$ باقی می‌ماند. طبق رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{E}$، با تغییر بار q_0 به بار $-2q_0$، نیروی الکتریکی وارد بر بار، برابر $-2\vec{F}$ می‌شود.

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$q = +ne \xrightarrow{n=Z} q = +Ze = +25 \times 1/6 \times 10^{-19} = 4 \times 10^{-18}\,C \qquad E = k\frac{|q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-18}}{(10^{-5})^2} = 360\frac{N}{C}$$

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_{30cm}}{E_{50cm}} = (\frac{50}{30})^2 \Rightarrow \frac{E_{30}}{E_{30} - 2 \times 10^5} = \frac{25}{9} \Rightarrow 9E_{30} = 25E_{30} - 5 \times 10^6 \Rightarrow E_{30} = \frac{5}{16} \times 10^6 \frac{N}{C}$$

$$\frac{E_{30}}{E_r} = (\frac{r}{30})^2 \Rightarrow \frac{\frac{5}{16} \times 10^6}{5 \times 10^6} = (\frac{r}{30})^2 \Rightarrow r = 7/5\,cm$$

تذکر: در روابط بالا از آنجا که فاصله‌ها را به‌صورت نسبتی نوشتیم، نیازی به تبدیل یکا از cm به m نبود.

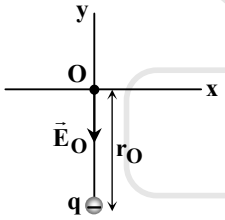
۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$E = \frac{F}{|q|} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-9}} = 10^5 \frac{N}{C}$$

چون ذرهٔ q دارای بار منفی است، نیرو در خلاف جهت میدان بر آن وارد می‌شود؛ پس جهت میدان در محل بار به‌صورت ↙ است.

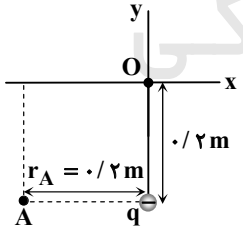
۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با توجه به اینکه جهت میدان الکتریکی ذرهٔ باردار منفی به‌سمت خودِ بار است، ذرهٔ باردار باید بر روی محور y و در قسمت منفی محور قرار داشته باشد تا میدان در مبدأ در جهت $-\vec{j}$ شود.



$$E_O = k\frac{|q|}{r_O^2} \Rightarrow 2/7 \times 10^3 = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-9}}{r^2} \Rightarrow r_O = 0/2\,m$$

با توجه به موقعیت بار و مختصات نقطهٔ A، میدان الکتریکی بار q در نقطهٔ A به‌سمت راست است.



$$\vec{E}_A = (+k\frac{|q|}{r_A^2})\vec{i} = (+9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-9}}{(0/2)^2})\vec{i} = (+2/7 \times 10^3 \frac{N}{C})\vec{i}$$

۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ابتدا میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ ۳۰cm از آن را به‌دست می‌آوریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{E_{20cm}}{E_{30cm}} = (\frac{30cm}{20cm})^2 \Rightarrow \frac{18 \times 10^5}{E_{30cm}} = \frac{9}{4} \Rightarrow E_{30cm} = 8 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$F = |q'|E \Rightarrow 3/2 = |q'| \times 8 \times 10^5 \Rightarrow |q'| = 4 \times 10^{-6}\,C = 4\mu C$$

۱۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با توجه به اینکه نیروی وارد بر بار q_1 در جهت میدان الکتریکی و نیروی وارد بر بار q_2 در خلاف جهت میدان است. $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ می‌شود. از طرفی تراکم خطوط میدان نشان‌دهندهٔ بزرگی میدان است که با توجه به شکل، بزرگی میدان در محل بار q_2 بیشتر از محل بار q_1 خواهد بود $(E_2 > E_1)$. چون اندازهٔ نیروی وارد بر بارها یکسان است، داریم:

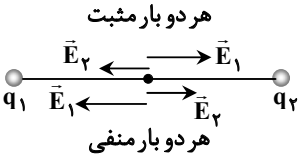
$$F_1 = F_2 \Rightarrow |q_1|E_1 = |q_2|E_2 \xrightarrow{E_2 > E_1} |q_1| > |q_2|$$

۱۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\left.\begin{array}{l}\text{حالت اول: } \vec{E}_1+\vec{E}_2=\vec{E}\\ \text{حالت دوم: } E_1=0 \Rightarrow \vec{E}_2=-\frac{1}{3}\vec{E}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E}_1=\frac{4}{3}\vec{E}$$

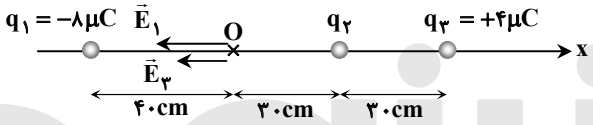
$$E=k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1}=\left|\frac{q_2}{q_1}\right|\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{3}E}{\frac{4}{3}E}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times 1^2 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{1}{4}$$

جهت میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در وسط فاصلهٔ دو بار خلاف جهت هم است، پس دو بار همنام هستند (هر دو مثبت یا هر دو منفی) و در نتیجه $\frac{q_2}{q_1}=\frac{1}{4}$ است.



۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

بار q_1 منفی و بار q_3 مثبت است، پس جهت میدان الکتریکی هر دو در نقطهٔ O به‌سمت چپ خواهد بود.



$$E=k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases}E_1=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{(0/4)^2}=4/5\times10^5\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_1=(-4/5\times10^5\frac{N}{C})\vec{i}\\ E_3=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{(0/6)^2}=10^5\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_3=(-10^5\frac{N}{C})\vec{i}\end{cases}$$

$$\vec{E}_O=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3 \Rightarrow -3\times10^5\vec{i}=(-4/5\times10^5)\vec{i}+\vec{E}_2+(-10^5)\vec{i} \Rightarrow \vec{E}_2=2/5\times10^5\vec{i}$$

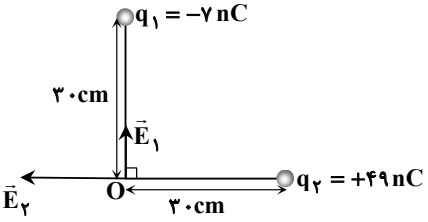
با توجه به اینکه جهت میدان بار q_2 به‌سمت خودِ بار شده، q_2 منفی است و داریم:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 2/5\times10^5=9\times10^9\times\frac{|q_2|}{(0/3)^2} \Rightarrow |q_2|=2/5\times10^{-6}\,C \xrightarrow{q_2<0} q_2=-2/5\,\mu C$$

۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$E=k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases}E_1=9\times10^9\times\frac{7\times10^{-9}}{(0/3)^2}=700\frac{N}{C}\\ E_2=9\times10^9\times\frac{49\times10^{-9}}{(0/3)^2}=4900\frac{N}{C}\end{cases}$$

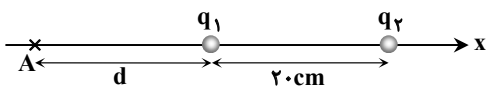
مطابق شکل دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ برهم عمودند، پس:



$$E_O=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{700^2+4900^2}=\sqrt{700^2(1+7^2)}$$
$$=700\sqrt{50}=3500\sqrt{2}\frac{N}{C}$$

۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون می‌خواهیم برایند نیروهای وارد بر بار q_3 صفر شود، باید در محلی قرار بگیرد که برایند میدان‌های دو بار q_1 و q_2 برابر صفر است. از طرفی بارهای q_1 و q_2 ناهمنام‌اند، پس میدان الکتریکی در خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر یعنی q_1، صفر می‌شود (نقطهٔ A). با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$E_{1A}=E_{2A} \Rightarrow k\frac{|q_1|}{d^2}=k\frac{|q_2|}{(0/2+d)^2} \Rightarrow \frac{3}{d^2}=\frac{12}{(0/2+d)^2} \Rightarrow \frac{1}{d}=\frac{2}{0/2+d} \Rightarrow 2d=0/2+d \Rightarrow d=0/2\,m$$

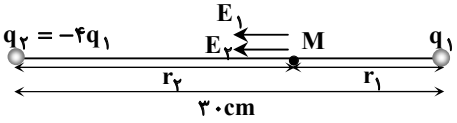
بنابراین q_2 باید در ۲۰ سانتی‌متری سمت چپ بار q_1 قرار بگیرد.

۱۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|4q_1|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{2}{r_2} \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

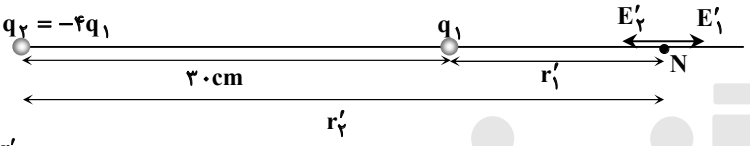
بنابراین فاصلهٔ نقاط M و N تا بار q_2 باید دو برابر فاصلهٔ این نقاط تا بار q_1 باشد که دو حالت ممکن است:

حالت اول: نقطهٔ مدنظر بین دو بار باشد. (در این صورت میدان‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت هستند.)



$$r_2 + r_1 = 30\,cm \xrightarrow{r_2 = 2r_1} 3r_1 = 30 \Rightarrow r_1 = 10\,cm$$

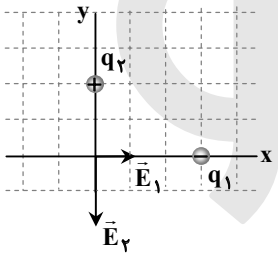
حالت دوم: نقطهٔ مدنظر خارج فاصلهٔ بین دو بار باشد. چون $|q_2| > |q_1|$ است، نقطهٔ N باید نزدیک به بار کوچک‌تر (q_1) باشد. (در این حالت میدان‌ها هم‌اندازه و خلاف‌جهت همدیگر بوده و برایندشان صفر است.)



$$r'_2 - r'_1 = 30\,cm \xrightarrow{r'_2 = 2r'_1} r'_1 = 30\,cm$$

بنابراین فاصلهٔ دو نقطهٔ M و N از یکدیگر برابر $MN = 10 + 30 = 40\,cm$ است.

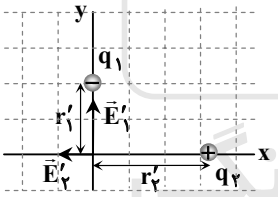
۱۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



میدان هر بار الکتریکی در یک نقطه، روی خط واصل بار تا آن نقطه است؛ بنابراین میدان q_1 در مبدأ روی محور x و میدان q_2 در مبدأ روی محور y خواهد بود. بدین ترتیب مؤلفهٔ $\vec{i}$ میدان مربوط به بار q_1 و مؤلفهٔ $\vec{j}$ مربوط به بار q_2 است. $\left(E_1 = 8\frac{N}{C} \text{ و } E_2 = 12\frac{N}{C}\right)$

از طرفی جهت خط میدان q_1 به‌سمت آن بوده، پس q_1 منفی است و خط میدان q_2 از آن دور می‌شود، پس q_2 مثبت است.

با تعویض جای دو بار، بردارهای میدان الکتریکی آن‌ها به‌صورت شکل زیر می‌شود و داریم:

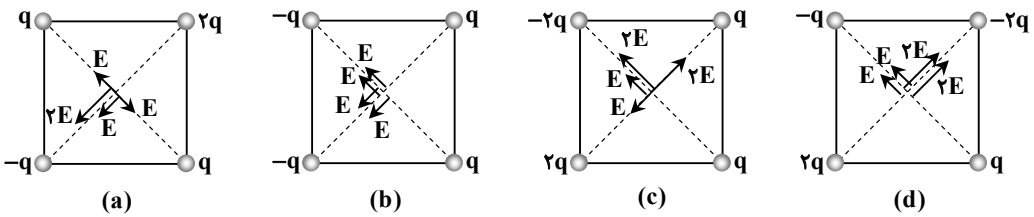


$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{E'_1}{E_1} = (\frac{r_1}{r'_1})^2 \Rightarrow \frac{E'_1}{8} = (\frac{3}{2})^2 \Rightarrow E'_1 = 18\frac{N}{C} \\ \frac{E'_2}{E_2} = (\frac{r_2}{r'_2})^2 \Rightarrow \frac{E'_2}{12} = (\frac{2}{3})^2 \Rightarrow E'_2 = \frac{16}{3}\frac{N}{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E}' = (-\frac{16}{3}\frac{N}{C})\vec{i} + (18\frac{N}{C})\vec{j}$$

۱۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

بزرگی میدان الکتریکی بار q در مرکز مربع را E در نظر می‌گیریم و جهت میدان هریک از بارها در مرکز مربع و اندازهٔ آن‌ها را تعیین می‌کنیم. سپس برایند میدان‌ها را در مرکز مربع به‌دست می‌آوریم.

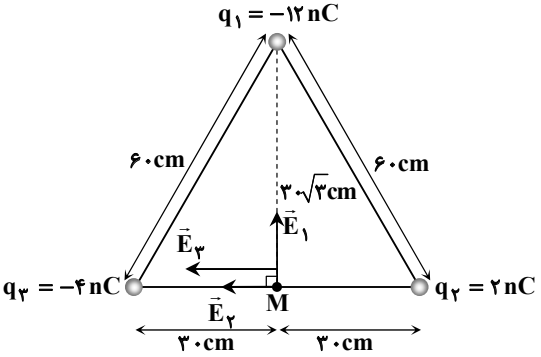


$$\left.\begin{aligned} E_a &= 3E = \sqrt{9}E \\ E_b &= \sqrt{(2E)^2 + (2E)^2} = \sqrt{2} \times (2E) = \sqrt{8}E \\ E_c &= \sqrt{E^2 + (3E)^2} = \sqrt{10}E \\ E_d &= \sqrt{(2E)^2 + (4E)^2} = \sqrt{20}E \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_d > E_c > E_a > E_b$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

بارها در رئوس یک مثلث متساوی‌الاضلاع هستند و نقطهٔ M وسط ضلع پایینی واقع است، پس فاصلهٔ q_1 تا M برابر $۳۰\sqrt{۳}\ cm$ می‌شود.



$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۱۲\times۱۰^{-۹}}{۹\times۳\times۱۰^{-۲}} = ۴۰۰\frac{N}{C} \\ E_۲ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۲}} = ۲۰۰\frac{N}{C} \\ E_۳ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۲}} = ۴۰۰\frac{N}{C} \end{cases}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ + \vec{E}_۳ = ۴۰۰\vec{j} + (-۲۰۰)\vec{i} + (-۴۰۰)\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_M = (-۶۰۰\frac{N}{C})\vec{i} + (۴۰۰\frac{N}{C})\vec{j}$$

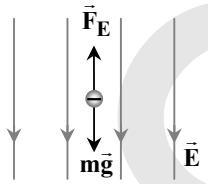
۱۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون خطوط میدان از بار $q_۲$ خارج و به بار $q_۱$ وارد شده‌اند، $q_۲ > ۰$ و $q_۱ < ۰$ است.

از طرفی تراکم خطوط میدان اطراف بار $q_۱$ بیشتر از بار $q_۲$ است، پس $|q_۱| > |q_۲|$ می‌شود.

۱۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

به قطرهٔ روغن دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره در حال تعادل است، برایند این دو نیرو باید صفر باشد؛ پس نیروی الکتریکی به‌سمت بالا و هم‌اندازه با وزن قطره خواهد بود. از آنجا که میدان الکتریکی به‌سمت پایین و نیروی الکتریکی به‌سمت بالاست، قطرهٔ روغن دارای بار منفی بوده و الکترون گرفته است.



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q|\times۲\times۱۰^۵ = ۱/۶\times۱۰^{-۹}\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow |q| = ۸\times۱۰^{-۱۷}\ C$$

$$|q| = ne \Rightarrow ۸\times۱۰^{-۱۷} = n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۵\times۱۰^۲ = ۵۰۰$$

۱۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)

کره و ذره دارای بار منفی هستند و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر ذره دافعه و به‌سمت راست خواهد بود. از طرفی ذره به‌سمت چپ جابه‌جا می‌شود، پس کار میدان کره روی آن منفی است $(Cos\theta = -۱)$ و انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. $(\Delta U_E = -W_E)$

۱۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون ذره بار منفی دارد، نیروی وارد بر آن در خلاف جهت میدان است، پس:

$$\text{در مسیر AB}: \theta = ۹۰^\circ \xrightarrow{Cos۹۰^\circ = ۰} \Delta U_{AB} = ۰$$

$$\text{در مسیر BC}: \theta = ۰^\circ \Rightarrow \Delta U_{BC} = -|q|EdCos\theta = -۴\times۱۰^{-۹}\times۲\times۱۰^۵\times۰/۲\times۱ = -۱/۶\times۱۰^{-۴}\ J = -۱۶۰\mu J$$

$$\Rightarrow \Delta U_{ABC} = ۰ + (-۱۶۰) = -۱۶۰\mu J$$

۱۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۱)

هرچه از A به‌سمت B و سپس C جابه‌جا می‌شویم، تراکم خطوط میدان کمتر می‌شود و درنتیجه بزرگی میدان الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین اندازهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در مسیر AB بیشتر از مسیر BC خواهد بود. (دقت کنید که $AB = BC$) با توجه به مثبت بودن بار ذره، نیروی وارد بر آن در جهت میدان الکتریکی و خلاف جهت جابه‌جایی است، پس در هر دو قسمت کار میدان منفی و ΔU مثبت خواهد بود.

$$\left.\begin{array}{l} |\Delta U_{AB}| > |\Delta U_{BC}| \\ \Delta U_{AB} > ۰\ ,\ \Delta U_{BC} > ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta U_{AB} > \Delta U_{BC} \neq ۰$$

۱۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ذره از حال سکون به‌سمت چپ شروع به حرکت کرده، پس نیروی وارد بر آن به‌سمت چپ و در جهت جابه‌جایی است. از آنجا که بر بار منفی نیرو در خلاف جهت میدان وارد می‌شود، جهت میدان به‌سمت راست است. با توجه به قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_E = \Delta K \Rightarrow |q|EdCos\theta = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲)$$

$$|q|\times۱۰^۵\times۰/۴\times۱ = \frac{۱}{۲}\times۲۰\times۱۰^{-۳}\times(۸^۲ - ۰) \Rightarrow |q| = ۱۶\times۱۰^{-۶}\ C = ۱۶\mu C$$

مؤسسه آموزشی فرهنگیان

۱۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

همهٔ عنصرهای داده‌شده در گروه ۱۴ قرار دارند و آرایش لایهٔ ظرفیت آن‌ها به‌صورت ns^2np^2 است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) $_{21}E$ در گروه ۳ و سه عنصر دیگر، در گروه ۱۳ قرار دارند.

۲) $_{2}Z$ (هلیم) در گروه ۱۸ و سه عنصر دیگر در گروه ۲ قرار دارند، هرچند آرایش لایهٔ ظرفیت همگی، ns^2 است.

۳) همهٔ عنصرهای داده‌شده متعلق به گروه ۱۸ هستند، اما $_{2}G$ (هلیم) دارای آرایش الکترونی $1s^2$ و سه عنصر دیگر دارای آرایش لایهٔ ظرفیت ns^2np^6 هستند.

۱۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

عنصرهای داده‌شده، به‌ترتیب سیلیسیم $(_{14}Si)$، سدیم $(_{11}Na)$، کلر $(_{17}Cl)$ و اسکاندیم $(_{21}Sc)$ هستند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) کلر گاز است و نه جامد!

۲) سدیم در مجاورت هوا تغییر رنگ می‌دهد.

۳) کلر گاز و عنصر زیرین آن در جدول دوره‌ای (برم) مایع است.

۱۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

فقط عبارت «الف» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) خواص فیزیکی شبه‌فلزها اغلب شبیه فلزها و خواص شیمیایی آن‌ها شبیه نافلزها است.

پ) در یک دوره، تعداد لایه‌های الکترونی اشغال‌شدهٔ عنصرها ثابت است.

ت) در دورهٔ سوم، ۶ عنصر (Na، Mg، Al، Si، P و S) در دمای اتاق به‌حالت جامد هستند.

۱۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

به‌طور کلی در یک دوره، شیب نمودار شعاع اتمی برحسب عدد اتمی کاهش پیدا می‌کند، اما در دورهٔ سوم بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر متوالی، مربوط به آلومینیم و سیلیسیم است.

$_{12}Mg$	$_{13}Al$	$_{14}Si$
۱۶۰	۱۴۵	۱۱۹
۱۵pm		۲۶pm

۱۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

واکنش‌پذیری ید (I_2) از برم (Br_2) کمتر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) T_1 از T_2 کمتر است؛ زیرا واکنش‌پذیری F_2 بیشتر از Br_2 می‌باشد.

۲) HF و HBr، جزء ترکیب‌های مولکولی هستند.

۳) واکنش‌پذیری سدیم از لیتیم بیشتر است؛ بنابراین سرعت واکنش d از c بیشتر می‌باشد.

۱۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

آرایش لایهٔ ظرفیت عنصر موردنظر به $5s^25p^2$ ختم می‌شود که چهارمین عنصر گروه ۱۴ یعنی همان قلع $(_{50}Sn)$ است. این عنصر ویژگی عمومی فلزها را دارد و در اثر ضربه خرد نمی‌شود. سی‌ودومین عنصر جدول، شبه‌فلز ژرمانیم است که در اثر ضربه خرد می‌شود.

۱۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عنصرهای $_{29}X$ و $_{23}Y$ به‌ترتیب فلزهای مس و وانادیم هستند که هر دو دارای دو نوع کاتیون پایدار (Cu^+، Cu^{2+} و V^{2+}، V^{3+}) هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هر دو در دورهٔ ۴ و از دستهٔ d هستند.

۲) عنصر $_{29}X$، در گروه ۱۱ (۱۱ = ۹ + ۲) و عنصر $_{23}Y$ در گروه ۵ (۵ = ۳ + ۲) قرار دارد.

۴)

$_{23}Y: [_{18}Ar]3d^34s^2 \Rightarrow$ ۵ الکترون ظرفیت

$_{15}P: [_{10}Ne]3s^23p^3 \Rightarrow$ ۵ الکترون ظرفیت

۱۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

مقایسهٔ واکنش‌پذیری عناصر دورهٔ دوم:

$$Li , F > Be , O > B , N > C > Ne$$

۱۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) بیشترین خصلت نافلزی در دوره‌های جدول (به‌جز دورهٔ اول)، متعلق به عنصر گروه ۱۷ است.

۲) در دورهٔ سوم، شبه‌فلز سیلیسیم نیز سطح صیقلی و براق دارد.

۴) در جدول دوره‌ای، ۶ فلز قلیایی (فلزهای گروه اول) و ۶ فلز قلیایی خاکی (فلزهای گروه دوم) وجود دارد.

۱۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

ب) به‌غیر از سدیم $(_{11}Na)$ که در گروه ۱ قرار دارد، سایر عنصرها جزء فلزهای واسطه هستند که اغلب ترکیب‌هایشان رنگی است.

پ)

$$_{24}Cr : [_{18}Ar]3d^5 4s^1 \quad , \quad _{29}Cu : [_{18}Ar]3d^{10} 4s^1$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) عدد اتمی فلزهای واسطه دورهٔ پنجم از ۳۹ تا ۴۸ است.

ت) برخی فلزهای واسطه مانند $_{21}Sc$ و $_{30}Zn$، تنها دارای یک نوع اکسید هستند.

۱۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

فقط عبارت پنجم درست است.

$$Fe^{3+} : [_{18}Ar]3d^5$$

زیرلایهٔ $3d$، دارای $n + l = 5$ است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: آهن دارای دو اکسید طبیعی با فرمول‌های FeO (نسبت شمار آنیون به کاتیون ۱) و Fe_2O_3 (نسبت شمار آنیون به کاتیون $\frac{3}{2}$) است.

عبارت دوم: فلزهای دستهٔ d به هنگام تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود را از دست می‌دهند و $4s$ بیرونی‌تر از $3d$ است.

عبارت سوم:

$$Fe^{2+} : [_{18}Ar]3d^6$$

عبارت چهارم: فلز آهن، بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.

۱۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

آرایش یون‌ها به‌صورت زیر است:

$$_3Li^+ : [_2He]$$
$$_{12}Mg^{2+} : [_{10}Ne]$$
$$_{21}Sc^{3+} : [_{18}Ar]$$
$$_{23}V^{3+} : [_{18}Ar]3d^2$$
$$_{25}Mn^{2+} : [_{18}Ar]3d^5$$

Li^+، Mg^{2+} و Sc^{3+} به آرایش گاز نجیب قبل از خود رسیده‌اند.

۱۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش* شیمی ۲ (فصل ۱)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در استخراج مقدار کمی طلا، پسماند زیادی تولید می‌شود؛ به همین دلیل استخراج آن در راستای توسعهٔ پایدار نیست.

۲) به‌راحتی امکان‌پذیر است.

۳) رسانایی الکتریکی طلا با تغییر دما، تغییر چندانی نمی‌کند.

۱۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم: اغلب مواد در طبیعت به‌شکل ترکیب یافت می‌شوند.

مؤسسه آموزشی فرهنگ

۱۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

بر اساس دو واکنش زیر، گزینهٔ ۴ درست است.

$$FeCl_2(aq) + 2NaOH(aq) \rightarrow \underbrace{Fe(OH)_2(s)}_{\text{رسوب سبز رنگ}} + 2NaCl(aq)$$

$$FeCl_3(aq) + 3NaOH(aq) \rightarrow \underbrace{Fe(OH)_3(s)}_{\text{رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای}} + 3NaCl(aq)$$

۱۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) زنگ آهن حاوی کاتیون Fe^{3+} است.

ب) واکنش‌پذیری فلز مس کمتر از فلز روی است و واکنش بین Cu و $ZnSO_4$ به‌طور خودبه‌خودی انجام نمی‌شود.

۱۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

هر چهار مورد درست هستند.

واکنش‌پذیری: $Ag < Cu < Fe < Zn < Na < K$

- هرچه فلزی واکنش‌پذیرتر باشد، تمایل آن برای کاتیون شدن بیشتر است.
- سدیم از روی واکنش‌پذیرتر و تمایل بیشتری به اکسید شدن دارد.
- هرچه فلزی واکنش‌پذیرتر باشد، تأمین شرایط نگهداری آن دشوارتر است.
- در واکنشی که پیشرفت طبیعی دارد، فراورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.

۱۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

بر اساس واکنش‌های داده‌شده، می‌توان نتیجه گرفت که:

$D < E$: واکنش‌پذیری یا خصلت نافلزی

$X < A$: واکنش‌پذیری یا خصلت فلزی

۱۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن دشوارتر است.

عبارت چهارم: در فولاد مبارکه مانند همهٔ شرکت‌های فولاد جهان، از کربن برای استخراج آهن استفاده می‌شود.

۱۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۱)

می‌دانیم که مقایسهٔ واکنش‌پذیری فلزهای سدیم، آهن و مس به‌صورت $Na > Fe > Cu$ است؛ بنابراین اگر هریک از عنصرهای X یا Y بتواند با Na_2O واکنش دهد، این عنصر قطعاً می‌تواند با Fe_2O_3 و CuO هم واکنش دهد. با توجه به فرض سؤال، ۴ واکنش در مخلوط انجام شده است؛ بنابراین حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

۱) واکنش‌پذیری : $Na > \begin{matrix} X \\ Y \end{matrix} > Fe > Cu$

۲) واکنش‌پذیری : $X > Na > Fe > Y > Cu$

۳) واکنش‌پذیری : $Y > Na > Fe > X > Cu$

موسسه آموزشی فرهنگی