

ریاضیات

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: به طور کلی اگر در صفحه مختصات دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

با توجه به اینکه نقطه A واقع بر خط داده شده است، پس مختصات آن در معادله خط صدق می‌کند و داریم:

$$x_A = 1 \Rightarrow 2 \times 1 - y_A = 3 \Rightarrow y_A = -1$$

$$AO = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{2}$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: اگر خطوط d و d' با شیب‌های m و m' برهم عمود باشند، آنگاه: $mm' = -1$ و برعکس.

نکته: اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

نکته: معادله خطی که دارای شیب m است و از نقطه $A(x_A, y_A)$ می‌گذرد، عبارت است از:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

نکته: اگر m شیب خط d به معادله $ax + by + c = 0$ باشد، داریم:

$$m = \frac{-a}{b} \quad (b \neq 0), \quad m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \quad (A, B: \text{نقاط دلخواه واقع بر } d)$$

$m = \tan \alpha$ (زاویه خط d با جهت مثبت محور طول‌ها)

ابتدا مختصات نقطه M وسط پاره خط AB را مشخص می‌کنیم:

$$x_M = \frac{2-6}{2} = -2, \quad y_M = \frac{-3+1}{2} = -1 \Rightarrow M(-2, -1)$$

از طرفی:

$$AB \text{ شیب} = \frac{1+3}{-6-2} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2 \text{ عمود منصف}$$

حال معادله عمود منصف را می‌نویسیم:

$$y = 2x + b \xrightarrow{\text{از } (-2, -1) \text{ می‌گذرد}} -1 = 2(-2) + b \Rightarrow b = 3 \Rightarrow y = 2x + 3$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۳

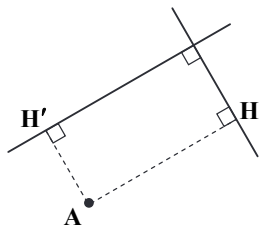
▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: به طور کلی فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

دو خط داده شده دارای شیب‌های قرینه و معکوس هستند که عمود برهم می‌باشند و نقطه A عضو هیچ یک از آن‌ها نیست، پس شکل فرضی روبه‌رو را برای مسئله می‌توان در نظر گرفت:

$$\text{مساحت مستطیل} = AH \times AH' = \frac{|3-8-5|}{\sqrt{3^2+4^2}} \times \frac{|4+6-1|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} \times \frac{9}{5} = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$$



۸۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: به طور کلی فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

با توجه به نکته داریم:

$$AH = \frac{|-a+4-3|}{\sqrt{a^2+2^2}} = 1 \Rightarrow |1-a| = \sqrt{a^2+4} \Rightarrow 1+a^2-2a = a^2+4 \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۸۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: برای هر تابع f جوابهای معادله $f(x) = 0$ را $f(x)$ (در صورت وجود) صفرهای تابع f می‌نامیم. به عبارت دیگر صفرهای تابع f آن مقادیری از x (در دامنه f) هستند که به ازای آن‌ها $f(x)$ صفر می‌شود. اگر نمودار $f(x)$ را رسم کنیم، صفرهای f طول نقاط تلاقی نمودار با محور x هاست. با توجه به اینکه ۳- یکی از صفرهای تابع است، ابتدا از معادله $f(-3) = 0$ مقدار k را محاسبه می‌کنیم:

$$-27 + 27 - 3k - 6 = 0 \Rightarrow k = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = (x+3)(x^2 - 2) \xrightarrow{\text{ریشه‌های جدید}} x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$x_1 x_2 = (+\sqrt{2})(-\sqrt{2}) = -2$$

بنابراین:

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نمودار داده شده سهمی روبه بالا است (I) که ریشه‌های مختلف علامت دارد (II) و طول رأس سهمی منفی است (III) پس در ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ شرایط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} \text{I: } a > 0 \\ \text{II: } \frac{c}{a} < 0 \\ \text{III: } \frac{-b}{4a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ c < 0 \\ b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k+2 > 0 \\ k-3 < 0 \\ k > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 < k < 3$$

اعداد صحیحی که در شرط به دست آمده صدق می‌کنند، عبارت است از ۲ و ۱ که ۲ تا است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری به دست آمده معادله را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند. همچنین ممکن است برخی از جواب‌ها با شرایط مسئله مطابقت نداشته باشند که این جواب‌ها نیز مورد قبول نیستند. ابتدا با انجام عملیات مخرج مشترک، معادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{3(x+1) + 2(x+3)}{(x+3)(x+1)} = \frac{4x}{(x-1)(x+3)} \Rightarrow \frac{5x+9}{x+1} = \frac{4x}{x-1} \Rightarrow (5x+9)(x-1) = 4x(x+1) \Rightarrow 5x^2 + 4x - 9 = 4x^2 + 4x$$

$$\Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{معادله یک جواب دارد. غرق}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

۸۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برخی از معادلات که دارای عبارات رادیکالی از مجهول هستند را معادلات گنگ می‌نامند. برای حل آن‌ها با به توان رساندن طرفین معادله (در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن، به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم. جواب‌های به دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شود، زیرا عملیات توان‌رسانی، ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند. ابتدا طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x + 5 + 3 - x + 2\sqrt{x+5}\sqrt{3-x} = 11 - x \Rightarrow 8 + 2\sqrt{x+5}\sqrt{3-x} = 11 - x \Rightarrow 2\sqrt{x+5}\sqrt{3-x} = 3 - x$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+5}\sqrt{3-x} = \sqrt{3-x}^2 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{3-x} = 0 \\ 2\sqrt{x+5} = \sqrt{3-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3-x=0 \Rightarrow x=3 \\ 4(x+5)=3-x \Rightarrow 5x=-17 \Rightarrow x=-\frac{17}{5} \end{cases}$$

$$3 - \frac{17}{5} = -\frac{2}{5}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته: با یک تناسب می‌توان ثابت کرد که اگر شخص A کار مشخصی را در زمان T_1 و شخص B همان کار را در زمان T_2 انجام دهد و اگر هر دو با هم آن کار را در زمان T انجام دهند، داریم:

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T}$$

فرض کنیم زمان انجام کار توسط برادر علی T_1 ساعت باشد، پس زمان انجام کار توسط علی $T_1 - 3$ است. باید توجه کرد که ۴۸ دقیقه

معادل $\frac{48}{60}$ ، یعنی $\frac{4}{5}$ ساعت است، پس داریم:

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_1 - 3} = \frac{1}{\frac{4}{5}} \Rightarrow \frac{T_1 - 3 + T_1}{T_1(T_1 - 3)} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4T_1 - 12 = 5T_1^2 - 15T_1 \Rightarrow 5T_1^2 - 23T_1 + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 4 \\ T_1 = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \text{غرق } (T_1 - 3 < 0)$$

نکته (ویژگی‌های قدرمطلق):

الف) $|x| \geq 0$ ب) $\sqrt{x^2} = |x|$ پ) $|x| = a \ (a \geq 0) \Leftrightarrow x = a, x = -a$
 ت) $|x| = |a| \Leftrightarrow x = a, x = -a$ ث) $|-x| = |x|$ ج) $|x|^2 = x^2$
 د) $|x| \leq c \ (c \geq 0) \Leftrightarrow -c \leq x \leq c$ هـ) $|x| \geq c \ (c \geq 0) \Leftrightarrow x \geq c \text{ یا } x \leq -c$ و) $|a| + |b| \geq |a + b|$
 ز) $\begin{cases} |ab| = |a||b| \\ \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \ (b \neq 0) \end{cases}$ ی) $u^2 \leq a^2 \Leftrightarrow |u| \leq |a|$

با استفاده از ویژگی‌های قدرمطلق معادله را ساده و حل می‌کنیم:

$$|2x^2 - 1| < \left| \frac{x^2 + 2}{x} \right| \Rightarrow |2x^2 - 1| < x^2 + 2 \Rightarrow -(x^2 + 2) < 2x^2 - 1 < x^2 + 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 1 > -x^2 - 2 \\ 2x^2 - 1 < x^2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 > -1 \\ x^2 < 3 \end{cases}$$

معادله $3x^2 > -1$ همواره برقرار است، پس نامعادله $x^2 < 3$ را حل می‌کنیم:

۹۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس‌های ۳ و ۴)

نکته: $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

ابتدا به کمک بازه‌بندی، وضعیت قدرمطلق را مشخص می‌نماییم:

$$I: x > 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow \text{معادله: } 1 + x = \frac{x}{x^2} \Rightarrow 1 + x = \frac{1}{x} \Rightarrow x + x^2 = 1$$

یک جواب مثبت قابل قبول است. $\xrightarrow{x > 0} \left(\begin{matrix} \Delta > 0 \\ P < 0 \end{matrix} \right)$ دو جواب مختلف‌العلامت دارد. $\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$

$$II: x < 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow \text{معادله: } 1 + x = -\frac{x}{x^2} \Rightarrow 1 + x = -\frac{1}{x} \Rightarrow x + x^2 = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ جواب ندارد.}$$

پس معادله ۱ جواب مثبت دارد.

۹۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

معادله داده‌شده در دو حالت می‌تواند فقط یک جواب داشته باشد.

حالت اول: صورت کسر ریشه مضاعف داشته باشد: (در فرض مسئله m عددی طبیعی است). غ ق ق $\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 8 = 0 \Rightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$
 حالت دوم: صورت کسر دو ریشه داشته باشد که یکی از آن‌ها ریشه مخرج و غیرقابل قبول باشد:

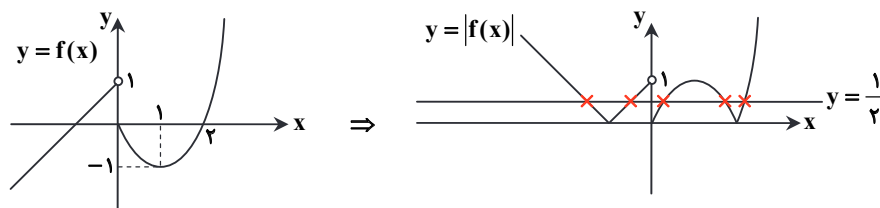
$$\Rightarrow \begin{cases} 4 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -3 \\ 4 - 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = 3 \end{cases} \xrightarrow{m = \text{اعداد طبیعی}} m = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{غ ق ق}} \alpha = 1$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس‌های ۳ و ۴)

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع باشند، طول نقاط تلاقی نمودارهای این دو تابع جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ است و برعکس. هر جواب این معادله طول یکی از نقاط تلاقی این دو نمودار است. این روش حل معادله را روش هندسی (نموداری) حل معادلات می‌نامیم. در این روش تعداد جواب‌ها و مقدار تقریبی (و گاهی دقیق) جواب‌ها مشخص می‌شود.نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم و در جاهایی که نمودار $f(x)$ زیر محور x هاست، تصویر آینه‌وار نمودار $f(x)$ را نسبت به محور x رسم کنیم.ابتدا نمودار $f(x)$ و سپس $|f(x)|$ را رسم می‌نماییم، سپس نمودار $y = |f(x)|$ را با خط افقی $y = \frac{1}{4}$ قطع می‌دهیم. تعداد نقاط برخورد

آن‌ها، تعداد جواب معادله و طول نقاط برخورد، جواب معادله را مشخص می‌کند.



پس معادله سه جواب مثبت و دو جواب منفی دارد.

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: برخی معادلات را می توان با یک تغییر متغیر مناسب، به یکی از انواع معادلاتی که می شناسیم تبدیل کرد و پس از حل آن و با رجوع به تغییر متغیر، مقادیر مجهول اصلی معادله اولیه را یافت.

ابتدا با تغییر متغیر $(x^2 - x) = t$ معادله را ساده می کنیم: $(x^4 + x^2 - 2x^3) = (x^2 - x)^2$

$$\Rightarrow t^2 + t = 6 \Rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -3 & \text{غقی} \\ t = 2 & \Rightarrow (x^2 - x)^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x = \sqrt{2} \\ x^2 - x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x - \sqrt{2} = 0 & \xrightarrow{\Delta > 0} \text{دو جواب} \\ x^2 - x + \sqrt{2} = 0 & \xrightarrow{\Delta < 0} \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

معادله دو جواب دارد. \Rightarrow

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: از دو وتر در یک دایره، آنکه بزرگ تر است، به مرکز دایره نزدیک تر است و برعکس.

$$AB > CD \Leftrightarrow OH < OH'$$

$$AB > CD \Rightarrow 2x + 1 < 3x - 1 \Rightarrow x > 2$$

با توجه به نکته، داریم:

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: مطابق شکل، داریم:

$$MA \times MB = MC \times MD$$

نکته ۲: هرگاه M نقطه ای بیرون دایره بوده و از آن، مماس و قاطعی بر دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس، برابر است با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع.

$$MA^2 = MB \times MC$$

با توجه به نکته ۱ و مطابق شکل، داریم:

$$NB \times NC = NE \times ND \Rightarrow 4 \times 1 = 2 \times y \Rightarrow y = 2$$

و با توجه به نکته ۲ و مطابق شکل، داریم:

$$MA^2 = MB \times MC \Rightarrow (\sqrt{14})^2 = x \times (x + 5) \Rightarrow x(x + 5) = 14 \Rightarrow x = 2$$

در نتیجه، داریم:

$$x + y = 2 + 2 = 4$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه روی آن.

$$\hat{B\hat{A}x} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

نکته ۲: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف کمان روبه روی آن.

$$\hat{A\hat{M}B} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

نکته ۳: اگر امتداد دو وتر در خارج دایره یکدیگر را قطع کنند، داریم:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{CD} - \widehat{AB}}{2}$$

نکته ۴: مجموع کمان های روی یک دایره، برابر 360° است.

$$\hat{M} = x$$

مطابق شکل در نظر می گیریم:

از آنجایی که مثلث CAM متساوی الساقین است ($CA = CM$)، پس داریم:

$$\hat{C\hat{A}M} = x$$

از طرفی با توجه به اینکه زاویه $\hat{C\hat{A}M}$ یک زاویه ظلی است، به کمک نکته ۱، داریم:

$$\widehat{AC} = 2x$$

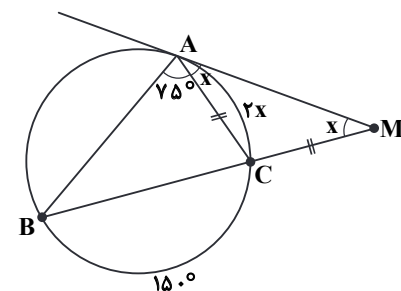
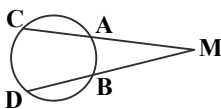
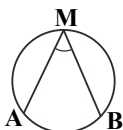
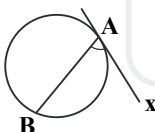
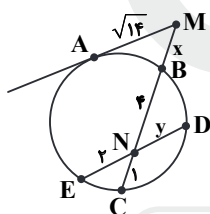
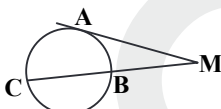
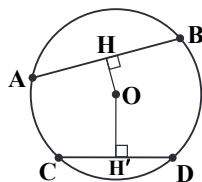
$$\widehat{BC} = 2 \times 75^\circ = 150^\circ$$

همچنین با توجه به نکته ۲، داریم:

و اینک با توجه به نکته ۳، خواهیم داشت:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AC}}{2} \Rightarrow x = \frac{\widehat{AB} - 2x}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 4x$$

و در نهایت با توجه به نکته ۴، داریم: $\hat{M} = 35^\circ \Rightarrow x = 35^\circ \Rightarrow 6x = 210^\circ \Rightarrow 4x + 150^\circ + 2x = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CA} = 360^\circ$



۹۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در دو دایره مماس خارج به مراکز O و O' و شعاع R و R' و خطالمركزین d داریم:

$$d = OO' = R + R'$$

با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{aligned} d = R + R' \Rightarrow OO' = 2 + 3 \Rightarrow \sqrt{(4-1)^2 + (k-1-2)^2} &= 5 \Rightarrow 9 + (k-3)^2 = 25 \\ \Rightarrow (k-3)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} k-3=4 \\ k-3=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=7 \\ k=-1 \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین ۲ مقدار برای k موجود بوده و گزینه ۲ پاسخ است.

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

نکته ۲: طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاعهای R و R' از رابطه $2\sqrt{RR'}$ به دست می آید.

با توجه به نکته ۱، داریم: $OT \perp TT'$ و $O'T' \perp TT'$

بنابراین چهارضلعی $OO'T'T$ یک دوزنقه قائم الزاویه با ارتفاع TT' است.

از طرفی با توجه به نکته ۲، طول TT' برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{4 \times 9} = 2\sqrt{36} = 12$$

بنابراین محیط و مساحت چهارضلعی $OO'T'T$ به ترتیب برابر است با:

$$\text{محیط} = TT' + T'O' + O'O + OT = 12 + 4 + 13 + 9 = 38$$

$$\text{مساحت} = \frac{OT + O'T'}{2} \times TT' = \frac{9+4}{2} \times 12 = 13 \times 6 = 78$$

و اختلاف محیط و مساحت چهارضلعی $OO'T'T$ برابر است با:

$$78 - 38 = 40$$

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره بوده و از آن، مماس و قاطعی بر دایره رسم کنیم، مربع

اندازه مماس، برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع.

$$MA^2 = MB \times MC$$

نکته ۲: طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره، با هم برابر است.

$$MT = MT'$$

$$AT' = x$$

مطابق شکل، اگر در نظر بگیریم:

$$MT^2 = MA \times MB \quad (*)$$

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$MT = MT' \quad (**)$$

همچنین با توجه به نکته ۲، داریم:

پس با مقایسه موارد $(*)$ و $(**)$ ، خواهیم داشت:

$$MT'^2 = MA \times MB \Rightarrow (x+4)^2 = 4 \times 16 \Rightarrow (x+4)^2 = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+4=8 \Rightarrow x=4 \\ x+4=-8 \Rightarrow x=-12 \end{cases} \text{ غقی}$$

بنابراین طول مماس رسم شده بر دایره کوچک تر، برابر است با:

$$MT = MT' = 4 + 4 = 8$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: دانش * هندسه ۲ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

یادآوری: مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر است با:

مطابق شکل، مثلث $OO'O''$ یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $2\sqrt{2}$ است، پس با توجه به یادآوری ذکر شده، مساحت این مثلث برابر است با:

$$S_{\Delta OO'O''} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3}$$

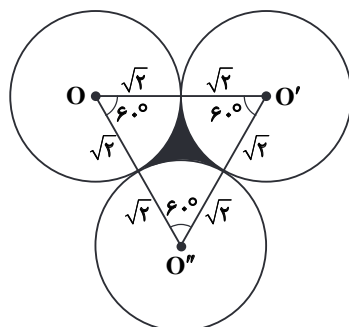
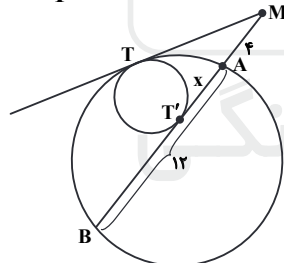
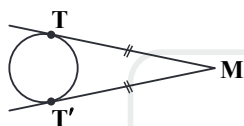
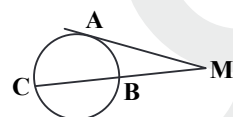
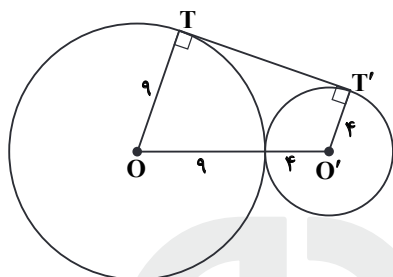
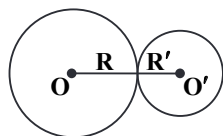
همچنین مثلث $OO'O''$ از سه قطاع 60° به شعاع $\sqrt{2}$ تشکیل شده است که روی هم

تشکیل یک نیم دایره به شعاع $\sqrt{2}$ می دهند و مساحتشان برابر است با:

$$S_{\text{نیم دایره}} = \frac{1}{2} (\pi (\sqrt{2})^2) = \frac{1}{2} \pi \times 2 = \pi$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مثلث}} - S_{\text{سه قطاع}} = 2\sqrt{3} - \pi$$

بنابراین مساحت قسمت رنگی برابر است با:

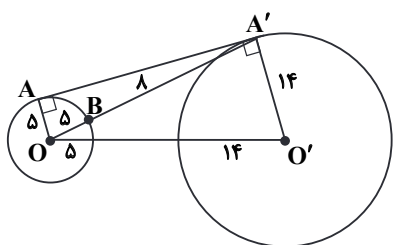


۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

نکته ۱: شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

نکته ۲: اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با خط‌المرکزین $d = OO'$ برابر است با:

$$\sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$



با توجه به نکته ۱ و مطابق شکل، مثلث OAA' قائم‌الزاویه است، پس به کمک قضیه فیثاغورس، داریم:

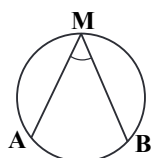
$$AA' = \sqrt{OA'^2 - OA^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

اینک با توجه به نکته ۲، خواهیم داشت:

$$AA' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 12 = \sqrt{d^2 - (14 - 5)^2} \Rightarrow 144 = d^2 - 81 \Rightarrow d^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow d = 15$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

نکته: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.



$$\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

در دو دایره متقاطع مساوی، کمان‌های نظیر وتر مشترک دو دایره با هم برابرند، یعنی:

$$\widehat{MPN} = \widehat{MQN} \quad (*)$$

بنابراین با توجه به نکته، دو زاویه \hat{A} و \hat{B} با هم برابرند، زیرا:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{MQN}}{2} \text{ محاطی}, \quad \hat{B} = \frac{\widehat{MPN}}{2} \text{ محاطی} \xrightarrow{(*)} \hat{A} = \hat{B}$$

و در نتیجه، اختلاف اندازه زاویه‌های \hat{A} و \hat{B} برابر با صفر است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته: دو مجموعه مساوی‌اند، اگر و فقط اگر اعضایشان دقیقاً یکسان باشند.

با توجه به نکته، داریم:

$$\{y, 2x - y, 5\} = \{5, 9, 2x + y\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 9 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{-1} = -4$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: عبارت $x \in A$ ، یعنی عضو x در مجموعه A وجود دارد و عبارت $x \notin A$ ، یعنی عضو x در مجموعه A موجود نیست.

نکته ۲: $A \subseteq B$ است اگر و فقط اگر هر عضو مجموعه A در مجموعه B نیز موجود باشد.

با توجه به نکات، به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱ گزینه: $B \in A \Rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \quad \checkmark$

۲ گزینه: $C \in B \Rightarrow \{\emptyset\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad \checkmark$

۳ گزینه: $C \subseteq B \Rightarrow \{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad \checkmark$

۴ گزینه: $B \subseteq A \Rightarrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \quad \times$

داریم $\emptyset \in B$ اما $\emptyset \notin A$ پس $B \not\subseteq A$.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: یک مجموعه n عضویت تعداد 2^n زیرمجموعه دارد.

با توجه به نکته و اطلاعات مسئله، داریم:

$$2^{2m-1} = 2^{2m+1} - 96 \Rightarrow \frac{2^{2m}}{2} = 2^{2m} \times 2 - 96 \xrightarrow{2^{2m}=x} \frac{x}{2} = 2x - 96$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{x}{2} = 96 \Rightarrow \frac{3x}{2} = 96 \Rightarrow x = 64 \Rightarrow 2^{2m} = 64 = 2^6 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه ۳ عضوی با توجه به نکته، برابر $2^3 = 8$ است.

برای اثبات اینکه $A \subseteq B$ به روش عضوگیری داریم:

$$(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Rightarrow A \subseteq B$$

گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ با توجه به نکته، به روش عضوگیری قابل اثبات هستند. مثلاً اثبات گزینه ۱ به صورت زیر است:

$$(\forall x \in A \cap C \Rightarrow x \in A \wedge x \in C \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \wedge x \in C \Rightarrow x \in B \cap C \xrightarrow{B \cap C \subseteq B \cup C} x \in B \cup C \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cup C$$

و اما گزینه ۲ نادرست است: زیرا $A \subseteq U$ یک عبارت بدیهی و همیشه درست است و از آن نمی‌توان نتیجه گرفت که: $A = U$ بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: افراز یک مجموعه یعنی تقسیم آن مجموعه به تعدادی زیرمجموعه که:

الف) هیچ کدام تهی نباشند. ب) هیچ کدام با هم اشتراک نداشته باشند. پ) اجتماع آن‌ها با مجموعه اولیه برابر شود.

با توجه به نکته و اطلاعات مسئله، افرازهایی را باید بشماریم که اعضای ۲ و ۴ با هم در یک مجموعه قرار دارند. این افرازها عبارتند از:

$$۱) \{2, 4\}, \{1, 3\} \quad ۲) \{2, 4\}, \{1\}, \{3\} \quad ۳) \{2, 4, 1\}, \{3\} \quad ۴) \{2, 4, 3\}, \{1\} \quad ۵) \{2, 4, 3, 1\}$$

۵ افراز با شرایط مسئله موجود است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:

نکته: جدول ارزش گزاره‌های عطفی، شرطی و دوشروطی به صورت زیر است:

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	ن	د	د

ابتدا جدول ارزشی سمت راست گزاره شرطی را به دست می‌آوریم:

p	q	$\sim q$	$p \Rightarrow \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د

با توجه به نکته، گزاره دوشروطی زمانی دارای ارزش درست است که ارزش هر دو گزاره یکسان باشد. ارزش گزاره به دست آمده با ارزش $\sim p$

یکسان است، بنابراین: $A \equiv \sim p$.

راه حل دوم:

نکته ۱: هم‌ارزی‌های منطقی زیر را داریم: (F گزاره همواره نادرست است)

$$۱) p \Rightarrow q \equiv p \vee q \quad ۲) (p \vee q) \wedge (p \vee r) \equiv p \vee (q \wedge r) \quad ۳) \sim p \wedge p \equiv F \quad ۴) p \vee F \equiv p$$

نکته ۲: گزاره دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که گزاره‌های p و q هم‌ارز باشند.

ابتدا با توجه به هم‌ارزی‌های منطقی نکته ۱، عبارت $(p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \Rightarrow q)$ را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee (\sim q \wedge q) \equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$$

اینک داریم: $A \Leftrightarrow \sim p$

پس با توجه به نکته ۲، برای آنکه عبارت $A \Leftrightarrow \sim p$ همواره درست باشد، باید داشته باشیم: $A \equiv \sim p$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * آمار و احتمال (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

۱ نکته: $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

۲ نکته: $A \subseteq B \Leftrightarrow \exists x; (x \in A \wedge x \notin B)$

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$\sim[\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)] \Rightarrow A \subseteq B \equiv [\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)] \wedge A \not\subseteq B$$

و اینک با توجه به نکته ۲، خواهیم داشت:

$$\equiv [\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)] \wedge [\exists x; (x \in A \wedge x \notin B)]$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

“ فیزیک ”

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)

نیوتون بر کولن و ولت بر متر یکاهای میدان الکتریکی هستند.

$$E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow E \text{ یکای } = \frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}} = \frac{N}{C} \quad |\Delta V| = Ed \Rightarrow E \text{ یکای } = \frac{\text{ولت}}{\text{متر}} = \frac{V}{m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳

به q_2 دو نیروی وزن و الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره در حال تعادل است، برآیند این دو نیرو باید صفر باشد.

$$F_E = mg \Rightarrow F_E = (20 \times 10^{-3} \times 10^{-3}) \times 10 = 2 \times 10^{-4} N$$

اندازه میدان بار q_1 در محل بار q_2 برابر است با:

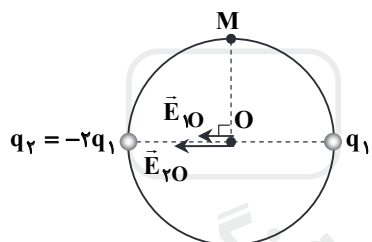
$$E = \frac{F_E}{|q_2|} = \frac{2 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 باید به سمت بالا باشد تا نیروی وزن را خنثی کند. از طرفی نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است، پس میدان بار q_1 در محل بار q_2 به سمت پایین خواهد بود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

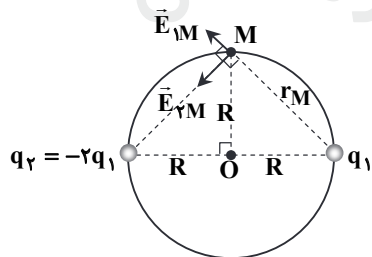
۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

چون $|q_2| = 2|q_1|$ و فاصله دو بار تا O یکسان است، $E_{2O} = 2E_{1O}$ خواهد بود و داریم:



$$E_{1O} + E_{2O} = 6 \times 10^4 \Rightarrow 2E_{1O} = 6 \times 10^4 \\ \Rightarrow E_{1O} = 3 \times 10^4 \frac{N}{C}, \quad E_{2O} = 6 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

با توجه به اینکه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ است، بزرگی میدان هریک از بارها در نقطه M را به دست می‌آوریم:



$$\frac{E_{1M}}{E_{1O}} = \left(\frac{r_{1O}}{r_{1M}}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_{1M}}{3 \times 10^4} = \left(\frac{R}{\sqrt{2}R}\right)^2 \Rightarrow E_{1M} = 1.5 \times 10^4 \frac{N}{C} \\ \frac{E_{2M}}{E_{2O}} = \left(\frac{r_{2O}}{r_{2M}}\right)^2 \Rightarrow E_{2M} = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^4 \Rightarrow E_{2M} = 3 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

میدان‌های \vec{E}_{1M} و \vec{E}_{2M} در نقطه M بر هم عمودند، پس بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر است با:

$$E_M = \sqrt{E_{1M}^2 + E_{2M}^2} = \sqrt{(1.5 \times 10^4)^2 + (3 \times 10^4)^2} = \sqrt{5} \times 10^4 \frac{N}{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = (-20 \times 10^{-6} C) \times \left[\left(2 \times 10^5 \frac{N}{C}\right) \vec{i} - \left(4 \times 10^5 \frac{N}{C}\right) \vec{j} \right] = (-4N) \vec{i} + (8N) \vec{j}$$

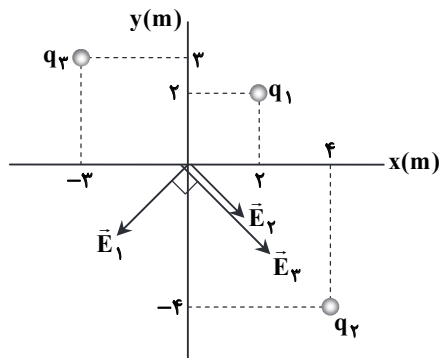
برای محاسبه شتابی که ذره بر اثر میدان الکتریکی پیدا می‌کند، می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_E = m\vec{a} \Rightarrow (-4N) \vec{i} + (8N) \vec{j} = 0.2 \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = (-20 \frac{m}{s^2}) \vec{i} + (40 \frac{m}{s^2}) \vec{j}$$

ابتدا میدان الکتریکی دو بار q_1 و q_2 را در مبدأ مختصات تعیین می‌کنیم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{(\sqrt{3^2 + 2^2})^2} = 9 \times 10^3 \frac{N}{C} \quad E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{(\sqrt{4^2 + 4^2})^2} = 2/25 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

با توجه به شکل، بردارهای \vec{E}_1 و \vec{E}_2 هم جهت و بر بردار \vec{E}_1 عمودند؛ بنابراین میدان برایند برابر است با:



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow 1/5 \times 10^4 = \sqrt{(9 \times 10^3)^2 + E_{2,3}^2} \quad (*)$$

$$\Rightarrow E_{2,3} = 1/2 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_{2,3} = E_2 + E_3 \Rightarrow 1/2 \times 10^4 = 2/25 \times 10^3 + E_3$$

$$\Rightarrow E_3 = 9/25 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} \Rightarrow 9/25 \times 10^3 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_3|}{(3\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 19/5 \times 10^{-6} C \xrightarrow{q_3 > 0} q_3 = 19/5 \mu C$$

نکته: خوب است دسته اعداد فیثاغورسی پر کاربرد مانند ۳-۴-۵ را به خاطر داشته باشید و بتوانید دسته‌های نظیر آن‌ها را به دست آورید. برای مثال با ضرب اعداد فوق در ۰/۳، به دسته ۱/۵-۱/۲-۰/۹ می‌رسیم و بدین ترتیب بدون عملیات ریاضی می‌توان مقدار $E_{2,3}$ را در عبارت (*) به دست آورد.

به دلخواه فرض می‌کنیم $q_1 > 0$ است و بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$q_1 \quad d \quad M \quad d \quad q_2 = -4q_1 \quad E_1 = k \frac{q_1}{d^2}, \quad E_2 = k \frac{4q_1}{d^2} \Rightarrow E = \frac{5kq_1}{d^2}$$

پس از انتقال بار، جهت میدان الکتریکی قرینه شده است، بنابراین معلوم می‌شود که علامت بار q_1 قرینه (منفی) شده و $E'_1 > E'_2$ است. در این صورت جهت میدان دو بار به صورت شکل زیر خواهد بود:

$$q'_1 \quad d \quad M \quad d \quad q'_2 \quad E'_1 = \frac{k|q'_1|}{d^2}, \quad E'_2 = \frac{k|q'_2|}{d^2}$$

$$E' = 0/28E = E'_1 - E'_2 = \frac{k|q'_1|}{d^2} - \frac{k|q'_2|}{d^2} = \frac{k}{d^2} (|q'_1| - |q'_2|)$$

دو میدان به دست آمده را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{E'}{E} = \frac{0/28E}{E} = \frac{\frac{k}{d^2} (|q'_1| - |q'_2|)}{\frac{5kq_1}{d^2}} \Rightarrow 0/28 = \frac{|q'_1| - |q'_2|}{5q_1} \Rightarrow 1/4q_1 = |q'_1| - |q'_2| \quad (*)$$

اگر x درصد از بار q_2 را به بار q_1 منتقل کنیم، بار جدید هر کدام برابر است با:

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 + \frac{x}{100} q_2 = q_1 + \frac{x}{100} (-4q_1) = q_1(1 - \frac{4x}{100}) \xrightarrow{q'_1 < 0} |q'_1| = q_1(\frac{4x}{100} - 1) = q_1(\frac{x}{25} - 1) \\ q'_2 = q_2 - \frac{x}{100} q_2 = q_2(1 - \frac{x}{100}) = -4q_1(1 - \frac{x}{100}) \xrightarrow{q'_2 < 0} |q'_2| = 4q_1(1 - \frac{x}{100}) \end{cases}$$

نتایج به دست آمده را در رابطه (*) قرار می‌دهیم:

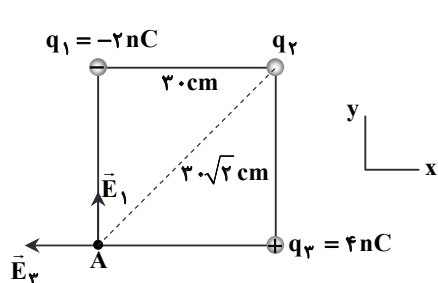
$$1/4q_1 = |q'_1| - |q'_2| = q_1(\frac{x}{25} - 1) - 4q_1(1 - \frac{x}{100}) \Rightarrow 1/4 = \frac{x}{25} - 1 - 4 + \frac{x}{25} \Rightarrow 6/4 = \frac{2x}{25} \Rightarrow x = 80$$

بنابراین ۸۰ درصد از بار q_2 را باید به بار q_1 منتقل کنیم.

تذکر: با توجه به گزینه‌ها $x < 100$ است یعنی فقط بخشی از بار q_2 انتقال یافته و لذا علامت آن تغییری نمی‌کند. البته اگر سؤال را با فرض

$x \geq 100$ نیز حل کنیم، به جواب قابل قبولی با توجه به شرایط سؤال نمی‌رسیم.

نکته: در این سؤال راحت‌تر است به جای حل کامل، گزینه‌ها را امتحان کنیم.



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = 20 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_1 = (+20 \frac{N}{C}) \vec{j}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = 40 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_3 = (-40 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

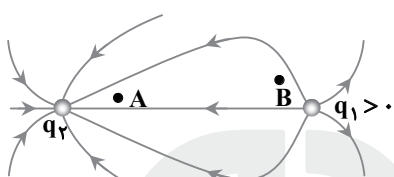
$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 \Rightarrow -40 \vec{i} - 20 \vec{j} = 20 \vec{j} + \vec{E}_3 - 40 \vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_3 = -40 \vec{i} - 40 \vec{j}$$

با توجه به جهت میدان \vec{E}_3 ، بار q_3 مثبت است.

$$E_3 = \sqrt{(40)^2 + (40)^2} = 40\sqrt{2} \frac{N}{C} \xrightarrow{E=k \frac{|q|}{r^2}} 40\sqrt{2} = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_3|}{(0.3\sqrt{2})^2} \Rightarrow |q_3| = 8\sqrt{2} \times 10^{-9} C$$

$$\xrightarrow{q_3 \text{ مثبت}} q_3 = +8\sqrt{2} nC$$



با توجه به اینکه $q_1 > 0$ است، خطوط میدان از این بار خارج می‌شوند. از طرفی خطوط میدان به بار q_2 ختم شده‌اند، پس $q_2 < 0$ است و جهت خطوط میدان از بار q_1 به q_2 به صورت روبه‌رو خواهد بود.

اکنون به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱ درست؛ تراکم خطوط میدان نشان‌دهنده بزرگی میدان است. چون تراکم خطوط در نزدیکی نقطه A بیشتر از نقطه B است، بزرگی میدان در نقطه A بیشتر از B خواهد بود.

گزینه ۲ درست؛ تراکم خطوط میدان در یک فاصله کم و معین از بار q_2 بیشتر از تراکم خطوط در همان فاصله از بار q_1 است، پس اندازه بار q_2 بیشتر از اندازه بار q_1 خواهد بود.

گزینه ۳ نادرست؛ با حرکت در جهت میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد؛ بنابراین پتانسیل نقطه A کمتر از پتانسیل نقطه B است.

گزینه ۴ درست؛ میدان الکتریکی روی امتداد خط واصل دو بار ناهمنام، در نقطه‌ای خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر صفر می‌شود؛ بنابراین میدان در نقطه‌ای در سمت راست بار q_1 صفر خواهد شد.

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-20 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} = -10 V$$

ΔV برابر $V_B - V_A$ است، پس $V_A - V_B = +10 V$ بوده و پتانسیل A، ۱۰ ولت بیشتر از پتانسیل B خواهد بود.

$$d = AB = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ cm}$$

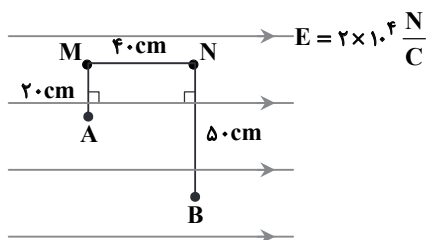
جابه‌جایی ذره باردار در راستای خطوط میدان است، پس:

چون بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد.

$$|\Delta U_E| = |qEd \cos \theta| = 6 \times 10^{-6} \times 10^5 \times 0.5 = 0.3 J \xrightarrow{\Delta U_E > 0} \Delta U_E = +0.3 J$$

$$\Delta U_E = q\Delta V = (-5 \times 10^{-9})(-10 - (-20)) = -50 nJ$$

$$W_E = -\Delta U_E = +50 nJ$$



در جابه‌جایی از A تا M و N تا B، چون بر راستای عمود بر میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم، پتانسیل نقاط تغییر نمی‌کند؛ بنابراین $V_A = V_M$ و $V_B = V_N$ بوده و کافی است اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و N را محاسبه کنیم. از طرفی می‌دانیم با حرکت در جهت میدان، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد، پس:

$$V_B - V_A = V_N - V_M = -E \times MN$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -2 \times 10^4 \times 0.4 = -8 \times 10^3 V = -8 kV$$

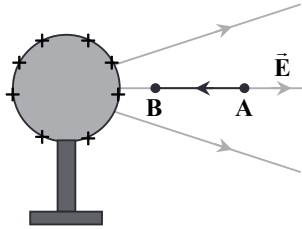
چون بار از پایانه مثبت باتری به پایانه منفی آن جابه‌جا شده، $\Delta V = V_- - V_+ = -20 V$ است.

$$\Delta U_E = q\Delta V = (-5 \mu C)(-20 V) = +10 \mu J$$

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

کره باردار در اطراف خود میدان الکتریکی ایجاد می نماید؛ بنابراین:



$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\text{تندی ثابت}} W_{\text{میدان کره}} + W_m = 0$$

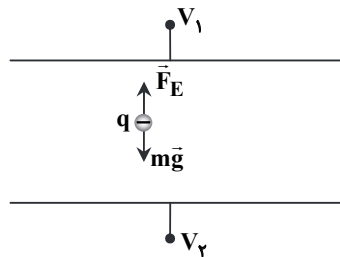
$$\Rightarrow W_{\text{میدان کره}} = -W_m \xrightarrow{W_m < 0} W_{\text{میدان کره}} > 0$$

چون کار میدان کره مثبت است معلوم می شود نیروی وارد بر بار منفی در جهت جابه جایی آن و به سمت چپ بوده است، پس بار کره مثبت و خطوط میدان آن مطابق شکل خواهد بود. با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می یابد، پس $V_B > V_A$ است.

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

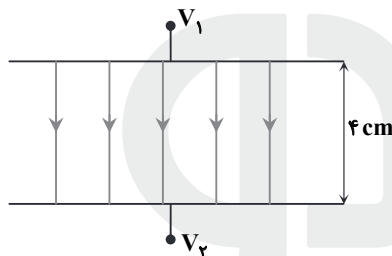
به ذره دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می شود. با توجه به تعادل ذره بر این دو نیرو صفر است، پس نیروی الکتریکی به سمت بالا و هم اندازه نیروی وزن خواهد بود.



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-6} \times E = 2 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow E = 1.0 \frac{N}{C}$$

بر بار منفی نیرو در خلاف جهت میدان وارد می شود، پس میدان الکتریکی به سمت پایین است. از طرفی می دانیم با حرکت در جهت میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد، در نتیجه $V_1 > V_2$ است.



$$|\Delta V| = Ed = 1.0 \times 4 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-3} V = 4 kV$$

$$\Rightarrow V_1 - V_2 = 4 kV$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون نیروی خالص وارد بر بار، نیروی میدان الکتریکی است، بار در جهت نیروی الکتریکی شروع به حرکت می کند و کار نیروی الکتریکی مثبت خواهد بود. طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی برابر کار نیروی خالص (کار کل) است، پس انرژی جنبشی ذره افزایش می یابد. (مورد الف درست است).

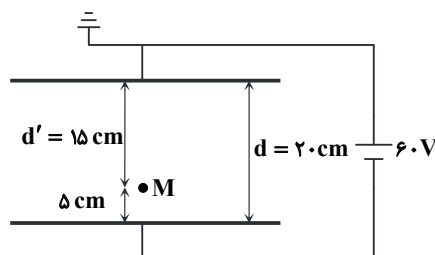
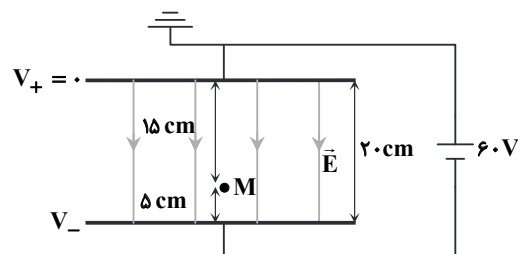
حال اگر بار منفی باشد با رها شدن در میدان الکتریکی، در خلاف جهت میدان و به سمت نقاط با پتانسیل بیشتر می رود و اگر بار مثبت باشد با رها شدن در میدان الکتریکی، در جهت میدان و به سمت نقاطی با پتانسیل کمتر می رود، بنابراین درستی موارد ب و پ به علامت بار q بستگی دارد.

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانای موازی و بزرگ که به اختلاف پتانسیل معینی متصل شده اند را می توان یک میدان یکنواخت در نظر گرفت (دور از لبه صفحات)، بنابراین می توان از رابطه $|\Delta V| = Ed$ ، بزرگی میدان بین دو صفحه را به دست آورد.

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow 60 = E \times 0.2 \Rightarrow E = 300 \frac{V}{m}$$



جهت خطوط میدان از صفحه بالایی (صفحه متصل به پایانه مثبت) به سمت صفحه پایینی (صفحه متصل به پایانه منفی) است. از طرفی صفحه بالایی به زمین متصل بوده و پتانسیل آن برابر صفر در نظر گرفته می شود. اکنون رابطه $|\Delta V| = Ed$ را بین صفحه بالایی و نقطه M به کار می بریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow V_+ - V_M = Ed$$

$$\Rightarrow 0 - V_M = 300 \times \left(\frac{20 - 5}{100}\right) = -45 V$$

نکته: در این سؤال نیازی به محاسبه میدان نیست چراکه در یک میدان الکتریکی یکنواخت، اختلاف پتانسیل بین نقاط با فاصله بین نقاط در راستای میدان متناسب است، پس می توان نوشت:

$$E = \frac{V_+ - V_-}{d} = \frac{V_+ - V_M}{d'}$$

$$\Rightarrow \frac{+60}{20} = \frac{0 - V_M}{15} \Rightarrow V_M = -45 V$$

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون جابه‌جایی بار در جهت میدان است، زاویه بین جابه‌جایی و نیروی الکتریکی وارد بر بار $\theta = 180^\circ$ خواهد بود.

$$W_E = |q|Ed\cos\theta = 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 0.4 \times (-1) = -3/2 J$$

از طرفی تنها نیروی الکتریکی بر ذره وارد می‌شود، پس طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، کار این نیرو برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

$$W_E = K_B - K_A = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow -3/2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times (v_B^2 - 30^2) \Rightarrow -320 = v_B^2 - 900$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{580} = 2\sqrt{145} \frac{m}{s}$$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با دادن بار اضافی به یک رسانای منزوی، پس از تعادل الکتروستاتیکی بارها:

- تمام بار روی سطح خارجی رسانا پخش می‌شود. (گزینه ۱ نادرست)
- پتانسیل الکتریکی تمام نقاط رسانا با هم برابر است. (گزینه ۲ درست)
- میدان الکتریکی خالص درون رسانا صفر است. (گزینه ۳ نادرست)
- چگالی سطحی بار در نقاط نوک تیز سطح بیشتر از سایر نقاط سطح است. چون کره سطح یکنواختی دارد، چگالی سطحی بار در تمام قسمت‌های روی سطح آن با هم یکسان است. (گزینه ۴ نادرست)

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \sigma_{\text{کره}} = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{Q}{4 \times 3 \times (5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow Q = 6 \times 10^{-7} C$$

$$Q = ne \Rightarrow 6 \times 10^{-7} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3.75 \times 10^{12}$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 3/5 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{4 \times 10^{-4}}{6/3 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-12} F = 2 pF$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)

قرارگیری دی‌الکتریک در خازن، باعث افزایش حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن می‌شود.

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

تا وقتی خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. با وارد کردن عایق در بین صفحات خازن، ظرفیت آن افزایش می‌یابد $(C_2 = \kappa C_1)$ و در نتیجه با توجه به رابطه $Q = CV$ ، بار خازن زیاد می‌شود. وقتی کلید باز شود، خازن از باتری جدا شده و بار آن ثابت می‌ماند. به این ترتیب با خارج کردن عایق، ظرفیت خازن کاهش و اختلاف پتانسیل دو سر آن که همان عدد نشان داده شده توسط ولت‌سنج است، افزایش می‌یابد. بنابراین هم بار ذخیره شده در خازن و هم اختلاف پتانسیل دو سر آن نسبت به حالت اولیه افزایش می‌یابد.

نکته: با توجه به اینکه ظرفیت خازن در ابتدا و انتها یکسان است، نسبت $\frac{Q}{V}$ نیز در دو حالت یکسان خواهد بود، پس گزینه‌های ۲ و ۳ به راحتی حذف می‌شوند.

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ظرفیت خازن به مشخصات ساختمانی آن بستگی داشته و به ولتاژ و بار خازن بستگی ندارد؛ بنابراین:

$$C = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} = 1/5 \Rightarrow Q_2 = 1/5 Q_1$$

$$Q_2 - Q_1 = 3 \mu C \Rightarrow 1/5 Q_1 - Q_1 = 30 \Rightarrow Q_1 = 60 \mu C$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 1 = 4 \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{درصد تغییرات مساحت} = \frac{A_2 - A_1}{A_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{2}A_1 - A_1}{A_1} \times 100 = -50\%$$

بنابراین مساحت صفحه‌های خازن باید ۵۰ درصد کاهش یابد.

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

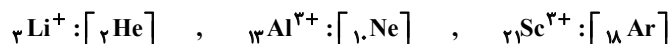
(پ) عنصرهای B و E به ترتیب وانادیم (۲۳ V) و کروم (۲۴ Cr) هستند که هر دو دارای کاتیون‌های X^{2+} و X^{3+} می‌باشند.

(ت) عدد اتمی عنصر D برابر با ۲۶ است. از طرفی عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم (آرگون) برابر با ۱۸ است: $۲۶ - ۱۸ = ۸$
بررسی عبارت‌های نادرست:

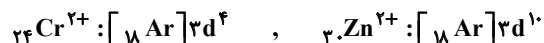
(الف) نماد شیمیایی عنصر B یعنی وانادیم (۲۳ V) برخلاف بقیه عناصرها، تک حرفی است.

(ب) علاوه بر عنصرهای G و E، در اولین عنصر دوره چهارم (۱۹ K) نیز زیرلایه $4s^1$ وجود دارد.

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)



یون Li^+ به آرایش گاز نجیب هلیوم می‌رسد، اما هشت تایی نیست.



۱۳۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

فلزهای دسته‌های s و p جدول را فلز اصلی و عنصرهای دسته d را فلزهای واسطه می‌گویند؛ بنابراین دومین فلز اصلی جدول، اولین عنصر گروه دوم (۴ Be) است. از طرفی عدد اتمی فلزهای واسطه از ۲۱ شروع می‌شود؛ در نتیجه عدد اتمی سومین فلز واسطه، ۲۳ است.

$$۲۳ - ۴ = ۱۹$$

عدد اتمی سومین فلز قلیایی جدول (۱۹ K) هم ۱۹ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در جدول دوره‌ای، ۱۴ عنصر دسته s وجود دارد.

(۳) گنجایش الکترونی لایه سوم ($n=3$)، ۱۸ است.

(۴) نهمین عنصر دسته p، دارای ۹ الکترون در زیرلایه‌های p است: $X : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3 \Rightarrow$ عدد اتمی = ۱۵

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های اول، سوم و پنجم درست هستند.

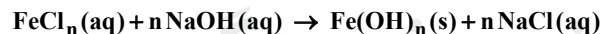
بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: ساخت برگه و رشته سیم‌های بسیار نازک از طلا به راحتی امکان پذیر است.

عبارت چهارم: طلا با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهد.

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

فرمول کلرید آهن را FeCl_n در نظر می‌گیریم.



$$۵۶۰\text{g NaOH}(\text{aq}) \times \frac{۲\text{g NaOH}}{۱۰۰\text{g NaOH}(\text{aq})} \times \frac{۱\text{mol NaOH}}{۴۰\text{g NaOH}} \times \frac{۱\text{mol FeCl}_n}{n\text{mol NaOH}} = ۰/۱۴\text{mol FeCl}_n \Rightarrow n = ۲$$

رسوب تولیدشده، $\text{Fe}(\text{OH})_۲$ است که به رنگ سبز می‌باشد.

با توجه به معادله واکنش، به ازای مصرف ۰/۱۴ مول $\text{FeCl}_۲$ ، $۰/۲۸ = ۰/۱۴ \times ۲$ مول NaCl تولید می‌شود.

$$۰/۲۸\text{mol NaCl} \times \frac{۵۸/۵\text{g NaCl}}{۱\text{mol NaCl}} = ۱۶/۳۸\text{g NaCl}$$

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

به جز عبارت دوم، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

عبارت دوم: جرم مولی روی، ۶۵ و جرم مولی مس، ۶۴ گرم بر مول است، به ازای مصرف ۱ مول روی و تولید یک مول مس، ۶۵ گرم از جرم تیغه کم می‌شود، اما ۶۴ گرم مس بر آن رسوب می‌کند؛ بنابراین اگر تمام مس هم بر روی تیغه رسوب کند، تیغه با کاهش جرم (۱ گرم به ازای مصرف ۱ مول از واکنش دهنده‌ها) مواجه خواهد شد.

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

واکنش پذیری X از Y بیشتر است؛ بنابراین X می‌تواند با ترکیب‌های Y واکنش دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) واکنش پذیری فلز روی (Zn) از واکنش پذیری پرمصرف‌ترین فلز در جهان یعنی آهن (Fe) بیشتر است.

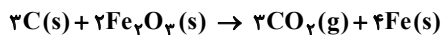
(۲) واکنش پذیری فلز نقره از مس کمتر است.

(۳) واکنش پذیری مس از آهن کمتر است و نمی‌تواند برای استخراج آهن به کار رود.

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

واکنش پذیری کربن از سدیم کمتر و از آهن بیشتر است؛ بنابراین کربن فقط با Fe_2O_3 واکنش می‌دهد.



$$\frac{1}{5} \text{L CO}_2 \times \frac{1/16 \text{ g CO}_2}{1 \text{ L CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{3 \text{ mol CO}_2} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 4 \text{ g Fe}_2\text{O}_3$$

$$\text{جرم Na}_2\text{O} = 32 - 4 = 28 \text{ g}$$

$$\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

$$\text{جرم Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص} = 0.8 \text{ mol} \times \frac{160 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 128 \text{ g}$$

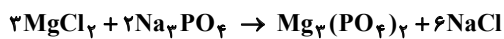
$$\text{جرم Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص} - \text{جرم سنگ معدن} = \text{جرم ناخالصی}$$

$$128 - 250 = -122 \text{ g}$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



ترکیب یونی
دوتایی

رسوب

راه حل اول:

$$\frac{5/24 \text{ g Mg}_3(\text{PO}_4)_2}{262 \text{ g Mg}_3(\text{PO}_4)_2} \times \frac{1 \text{ mol Mg}_3(\text{PO}_4)_2}{262 \text{ g Mg}_3(\text{PO}_4)_2} \times \frac{3 \text{ mol MgCl}_2}{1 \text{ mol Mg}_3(\text{PO}_4)_2} \times \frac{95 \text{ g MgCl}_2}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{100 \text{ g MgCl}_2 \text{ خالص}}{60 \text{ g MgCl}_2 \text{ خالص}} = 9/5 \text{ g MgCl}_2 \text{ خالص}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} \Rightarrow \frac{5/24}{1 \times 262} = \frac{x \times 60}{3 \times 95} \Rightarrow x = 9/5 \text{ g}$$

۱۴۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

$$\frac{4/48 \text{ L HCl}}{22/4 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22/4 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol CuO}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{80 \text{ g CuO}}{1 \text{ mol CuO}} = 8 \text{ g CuO خالص}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 = \frac{8}{20} \times 100 = 40\%$$

برای محاسبه تعداد یون Cl^- تولید شده، می‌توان از جرم CuO خالص و یا حجم HCl استفاده کرد.

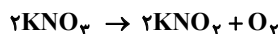
$$8 \text{ g CuO} \times \frac{1 \text{ mol CuO}}{80 \text{ g CuO}} \times \frac{1 \text{ mol CuCl}_2}{1 \text{ mol CuO}} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol CuCl}_2} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ Cl}^-}{1 \text{ mol Cl}^-} = 1/20.4 \times 10^{23} \text{ Cl}^-$$

۱۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

۱۸۴ گرم جامد باقی مانده، شامل ناخالصی و KNO_3 تولید شده است. طبق قانون پایستگی جرم، تفاوت جرم مخلوط اولیه و نهایی با جرم گاز تولید شده برابر است.

$$\text{جرم گاز O}_2 \text{ تولید شده} = 200 - 184 = 16 \text{ g}$$



$$16 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol KNO}_3}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} = 101 \text{ g KNO}_3$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{101}{200} \times 100 = 50.5\%$$

۱۴۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

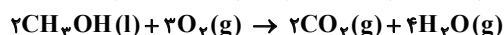
بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: در واکنش ترمیت، از آهن مذاب تولیدی برای جوش دادن خطوط راه آهن استفاده می‌شود.

عبارت سوم: از آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) به عنوان رنگ قرمز در نقاشی استفاده می‌شود.

$$\frac{3}{16} \text{ g NO} = \frac{50 \text{ g NO}}{100 \text{ g NO نظری}} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} \times \frac{2 \text{ mol NO}}{8 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{1}{0.5 \text{ mol HNO}_3}$$

$$20 \text{ g A} \times \underbrace{\frac{x}{100}}_{\text{درصد خلوص A}} \times \frac{1 \text{ mol A}}{40 \text{ g A}} \times \frac{1 \text{ mol D}}{1 \text{ mol A}} \times \underbrace{\frac{50}{100}}_{\text{بازده واکنش (I)}} \times \frac{2 \text{ mol Z}}{2 \text{ mol D}} = 0.075 \text{ mol Z} \Rightarrow x = 20$$



راه حل اول:

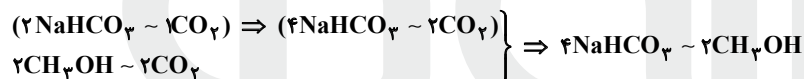
تعداد مول های CO_2 تولید شده در دو واکنش با هم برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$200 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{x}{100} = \frac{x}{84} \text{ mol CO}_2$$

$$32 \text{ g CH}_3\text{OH} \times \frac{50 \text{ g CH}_3\text{OH}}{100 \text{ g CH}_3\text{OH}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{32 \text{ g CH}_3\text{OH}} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol CH}_3\text{OH}} = 0.5 \text{ mol CO}_2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{84} = 0.5 \Rightarrow x = 42$$

راه حل دوم:

معادله اول را در ۲ ضرب می کنیم تا ضریب CO_2 در هر دو معادله یکسان شود:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم خالص}}{100} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} \Rightarrow \frac{200 \times x}{100} = \frac{32 \times 50}{2 \times 32} \Rightarrow x = 42$$

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) برای روی و نیکل این روش صرفه اقتصادی ندارد.

(۳) با باز یافت فلزها، گونه های زیستی کمتری از بین می روند.

(۴) آهن گشت فلزها به طبیعت، کندتر از آهن گشت مصرف و استخراج آنها است.

عبارت های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

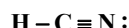
(الف) هیدروکربن ها در ساختار خود تنها اتم های H و C دارند.

(ب) کمتر از ۱۰ درصد نفت خام صرف تولید مواد پتروشیمیایی می شود.

عبارت های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

عبارت اول: هیدروژن سیانید در ساختار خود، یک پیوند سه گانه و یک پیوند یگانه دارد.



عبارت سوم: در کربن مونوکسید، کربن فقط یک پیوند سه گانه تشکیل داده است.

در طبیعت از کربن یون تک اتمی C^{4-} وجود ندارد.